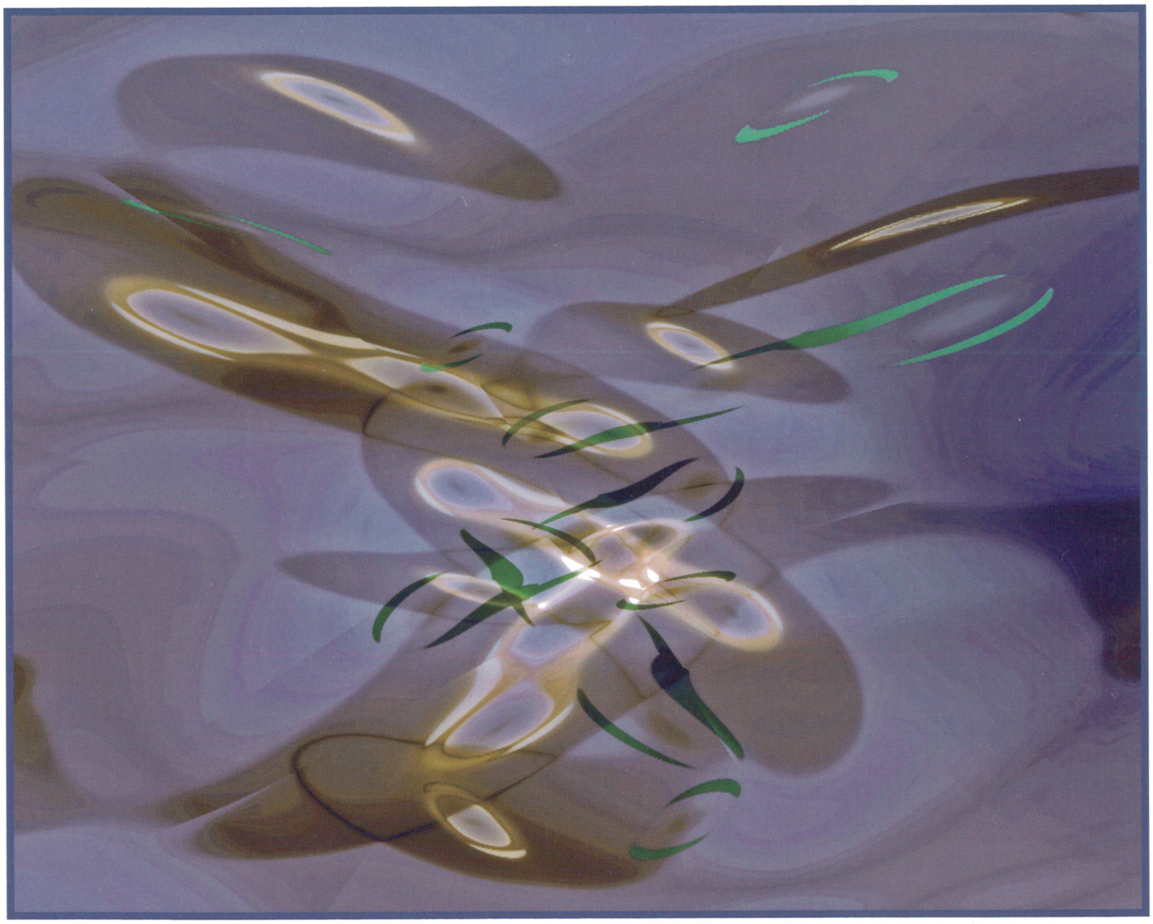
昭和38年7月2日第3種郵便物認可
2013年9月1日発行　第51巻9号　毎月1回1日発行
ISSN 0386—2240

数理科学

9
2013

特集 ボーア
量子力学の開拓，原子模型から百年



No.603
サイエンス社

MATHEMATICAL SCIENCES
Number 603 September 2013

ボーア

量子力学の開拓，原子模型から百年

表紙：戸川　隼人

お得な定期購読をおすすめします

毎号確実に御手元へ

地域によって書店店頭に陳列されない場合があります．**郵送料小社負担**にて確実に御手元へ届く定期予約購読をおすすめします．

予約購読は１年間（本誌のみ）11,000 円，半年間（本誌のみ）5,500 円．（税込み価格）

造本コストは更に上昇気味です．小社としてもあらゆる努力をもって廉価で提供してゆきたいと思っておりますが，定価改定の止むなき事態がかんがえられます．この場合予約購読期間中のものにつきましては料金据置きとなります．なお，臨時別冊のご注文については，本誌予約購読者の方には，商品到着後のお支払いにて承ります．

お申し込みは本誌とじ込みの振替用紙を御利用下さい．

数理科学特集一覧

63 年/7～2010 年/5 省略
2010 年/6 現代幾何と方程式
/7 物理学と行列
/8 力の統一にむけて
/9 南部陽一郎
/10 曲面の不思議
/11 連続から離散へ
/12 物理における《破れ》と調和
2011 年/1 数論の探求
/2 物理現象を読み解く数学的手法
/3 方程式と現代代数学
/4 物理学と多様体
/5 初学者を悩ます数理の概念
/6 物理イメージと数式表現
/7 〈隠れた〉物理法則
/8 計算が拓く数学と物理の世界
/9 オイラー
/10 時空と熱力学
/11 線形から非線形へ
/12 物理と仮説
2012 年/1 数学から物理へ，物理から数学へ
/2 古典のススメ[物理編]
/3 量子を操る
/4 量子力学の数学的技法
/5 解析学と物理学
/6 面白い発想[物理編]
/7 数学と物理における格子
/8 導来圏をめぐって
/9 ハイゼンベルク
/10 超弦理論の数理
/11 物理と数学における厳密解
/12〈振動する〉物理
2013 年/1 表現論の世界
/2 《量子化》の発想
/3 光と物理学
/4 解析学における様々な発想
/5 次元の作法
/6 発展する統計力学
/7 群と物理学
/8 エネルギーを通して物理学を知る

数理科学臨時別冊一覧

12 年/7 弦の場の理論
12 年/9 超弦理論の応用
12 年/10 複素多様体論講義
12 年/11 幾何学の量子化
12 年/12 量子力学から超対称性へ
13 年/1 行列解析ノート
13 年/4 無限量子系の物理と数理
13 年/7 現代宇宙論講義
13 年/8 クォーク・ハドロン物理学入門

「数理科学」のバックナンバーは下記の書店・生協の自然科学書売場で特別販売しております

紀伊國屋書店本店（新宿）
紀伊國屋書店新宿南店
あおい書店中野本店
オリオン書房ノルテ店（立川）
くまざわ書店本店（八王子）
くまざわ書店桜ヶ丘店（多摩）
書泉グランデ（神田）
三省堂本店（神田）
リブロ池袋店
ジュンク堂池袋本店
芳林堂（高田馬場）
MARUZEN & ジュンク堂渋谷店
八重洲ブックセンター（東京駅前）
丸善丸の内本店（東京駅前）
丸善日本橋店
MARUZEN 多摩センター店
ジュンク堂吉祥寺店
ブックファースト青葉台店（横浜）
有隣堂イセザキ町本店（横浜）
有隣堂西口・東口（横浜）
有隣堂厚木店（厚木）
ジュンク堂盛岡店
丸善津田沼店
ジュンク堂新潟店
ジュンク堂甲府岡島店
MARUZEN & ジュンク堂新静岡店
戸田書店静岡本店
ジュンク堂大阪本店
紀伊國屋書店梅田店（大阪）
アバンティブックセンター（京都）
ジュンク堂京都店
ジュンク堂三宮店
ジュンク堂三宮駅前店
ジュンク堂大分店
喜久屋書店倉敷店
MARUZEN 広島店
紀伊國屋書店福岡本店
ジュンク堂福岡店
丸善博多店
ジュンク堂鹿児島店
紀伊國屋書店新潟店
ジュンク堂旭川店
金港堂（仙台）
金港堂パーク店（仙台）
ジュンク堂仙台本店
ジュンク堂秋田店
ジュンク堂郡山店
鹿島ブックセンター（いわき）
友朋堂（つくば）

――大学生協・売店――
東京大学 本郷・駒場
東京工業大学 大岡山・長津田
東京理科大学 新宿
早稲田大学 理工学部
慶応義塾大学 矢上台
福井大学
筑波大学 大学会館書籍部 第一学群書籍部
埼玉大学
名古屋工業大学・愛知教育大学
大阪大学・神戸大学 ランス
京都大学・九州工業大学
東北大学 理薬・工学
室蘭工業大学
徳島大学 常三島
愛媛大学 城北
山形大学 小白川
島根大学
学習院大学 成文堂
北海道大学 クラーク店
熊本大学
名古屋大学
広島大学（北１店）
九州大学（理系）

September 2013 MATHEMATICAL SCIENCES Number 603

特集／ボーア

ボーア原子模型から百年

江沢 洋

1. ボーアの原子模型

今年は，ニールス・ボーアが原子模型を提案してから百年になる．世界の各地で記念の行事が行われている．この模型より以前の物理学の体系を“古典”を冠してよぶことにするが，ボーアが 1913 年に出した原子模型の論文は，古典物理学が築き上げてきた世界とは別の，新しい原理をもつ世界があることを宣言した画期的なものであった．

その 2 年前には，E. ラザフォードが原子核を発見し，原子は微小な太陽系だと唱えた．

しかし，たちまち反論された．電子が原子核のまわりを回っているなら，マクスウェルの方程式にしたがって電磁波を出し原子核に墜落する．

ボーアは考えた．原子は安定に存在する．ときに光るが常に光を出し続けるわけではない．これは古典物理と違う世界だ．彼は要請した：

①原子の中での電子の運動はニュートンの運動方程式にしたがうが，**定常状態**とよぶ一連の特別な運動だけが安定に存在する．

定常状態を選び出す条件として，ボーアは

$$\begin{array}{l}(\text{電子の角運動量の大きさ}) = n\hbar \\ (n = 1, 2, \cdots\ ;\ \hbar = h/(2\pi))\end{array} \qquad (1.1)$$

を用いた．h はプランクの定数である．これを**量子条件**という．

定常状態にある電子は光を常に出し続けることはない．定常状態にある電子のエネルギーは，$E_1, E_2, \cdots$ のようにトビトビになる．

②原子の中で定常状態 k にある電子は，ときに別の定常状態 n に跳び移る．そのとき

$$E_n - E_k = h\nu \qquad (1.2)$$

できまる振動数 ν の**光子を放出する**．

ボーアはまず水素原子を扱い，この原子では核を中心に電子が等速円運動をしているとした．量子条件 (1.1) から定常状態の電子のエネルギーは

$$E_n = \frac{m}{2}v_n^2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{a_{\mathrm{B}}}\cdot\frac{1}{n^2} \qquad (1.3)$$

$(n = 1, 2, \cdots)$ というトビトビの値に限られる．この計算は高校物理の教科書にも載っている．

これを用いて，電子がエネルギー E_k の状態から E_1 の状態に跳び移るとき放出する光の振動数 ν_{k1} を (1.2) によって計算すると，J. バルマーが水素原子の出す光のスペクトルの精密測定から 1884 年に見出していた式に一致した．

しかし，この一致が得られるようにボーアは量子条件 (1.1) をきめたのではないか！

2. ボーア理論の革命性

ボーア理論を読むと，なんと身勝手な！と，誰でも思う．原子の安定性を物理法則から証明するのでなく，古典物理によれば光を発して潰れてしまうはずの運動を定常状態と称して安定性を要請した．運動は初期条件次第で変わるという古典力学の特徴は否定して，運動方程式の解のなかから定常状態をバルマーの実験に合うように選び出した．

ボーアの用いた (1.2) は 10 年も前に M. プランクが黒体輻射のスペクトル強度の式を導くのに使っていた．しかし，プランクは (1.2) を調和振

動子に適用したのであって，放出，吸収される光の振動数は調和振動子の振動数に一致し，古典物理との背馳はなかった．ボーアの場合は，放出される光の振動数は電子の軌道運動の振動数とは無縁であって，ここでも古典物理に背を向けている．

まだ問題がある．中谷宇吉郎が書いている[1)]．長岡半太郎が新着のボーアの本[2)]を紹介したとき，寺田寅彦がこう言ったというのだ．「電子が次の軌道に行くとき（いまの軌道と行き先の軌道とできまる）振動数の光を出すのは，何だか電子が自分の行き先を知っていて，それに相当する光を出すような気がします.」つまりはボーア理論は古典物理の因果律に背反するというのである．

3. ボーア理論その後

ボーア理論のその後の発展については，本特集の他の記事に詳しい．ここでは，それらとの重複を避けて，量子力学への発展を駆け足でたどろう．

ボーア理論を完全にしたのは，A. ゾンマフェルトであるが，ボーアの定常状態と量子条件，電子の跳び移りという考えが引き継がれている．

W. ハイゼンベルクは，電子の位置と運動量を定常状態の番号 $l, m, n, \cdots$ で番号づけた

$$X_{lm}e^{i(E_l-E_m)t/\hbar}, \quad P_{lm}e^{i(E_l-E_m)t/\hbar} \tag{3.1}$$

を要素とする行列で表わした．この X_{lm} は，絶対値を 2 乗すると電子が定常状態 l から m に跳び移って出す光の強度を与えるもので，実験で測れる．ハイゼンベルクは，原子の中の電子の軌道のような測れない量を物理学は扱うべきでないと考えたのである．そして，これらの積を

$$\sum_m X_{lm}e^{i(E_l-E_m)t/\hbar}X_{mn}e^{i(E_m-E_n)t/\hbar} \tag{3.2}$$

によって定義することを考え，この積の定義によってゾンマフェルトの量子条件を言い換えて

$$\sum_m (X_{lm}P_{mn}-P_{lm}X_{mn}) = i\hbar\,\delta_{ln} \tag{3.3}$$

を量子条件とした．この条件をみたす行列 X_{lm}, P_{mn} を用い，積のルール (3.2) によってハミルトニアンの行列を書き下すと，その行列の固有値が系の定常状態のエネルギー E_n を与える．これを**行列力学**とよぶ．ここでも，ボーアの定常状態と量子条件，量子飛躍の考えが引き継がれている．

L. ド・ブロイは電子の運動量 p の運動には波長 $\lambda = h/p$ の波動が伴うとして，量子条件 (1.1) を

$$\frac{2\pi r}{\lambda} = \frac{2\pi}{h}pr = n, \tag{3.4}$$

つまり，波が軌道を一回りしてつながるための条件と読み，量子条件の根拠とした．量子条件のこの解釈は楕円軌道にも広げられる[3)]．

E. シュレーディンガーは，ド・ブロイの波動が電子の古典的な軌道の上に限られていることを不満として，空間に広がった波動 u を考え波動方程式をたてた．そして水素原子の電子に適用して定常状態の電子のエネルギー (1.3) が正しく得られることを示した．これを**波動力学**という．ここにも定常状態と，その間の跳び移りによる発光というボーアの考えは引き継がれている．量子条件はといえば，波動方程式をたてるのにシュレーディンガーは電子の位置に (x, y, z) を，運動量に

$$p_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}, \quad p_y = -i\hbar\frac{\partial}{\partial y}, \quad p_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial z} \tag{3.5}$$

を当てた．これらは

$$(xp_x - p_x x)u(x,y,z) = -i\hbar\,u(x,y,z) \tag{3.6}$$

等となるという意味で，ハイゼンベルクの量子条件 (3.3) に対応している．

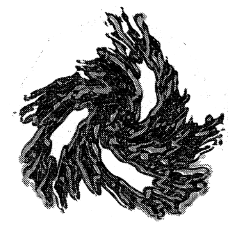
行列力学と波動力学は同等であることが証明され，ここに量子力学が成立した．ここにもボーアの定常状態と量子条件，量子飛躍という考えは引き継がれている．ボーアの革命は今日も生きている．

参考文献

1) 中谷宇吉郎『寺田寅彦の追憶』，甲文社 (1947), p.208.
2) 勝木 渥『量子力学の曙光のなかで』，星林社 (1991), p.115. 勝木によれば，長岡が紹介したのはボーアの本ではなく H.A. Kramers and H. Holst, *The Atom and the Bohr Theory of its Structure*, translated from Danish by R.B. and R.T. Lindsay (1923) だろうという．
3) 江沢 洋『量子力学 (I)』，裳華房 (2002), p.48.

（えざわ・ひろし，学習院大学名誉教授）

原子模型と周期律



西尾 成子

かつて，ある高名な素粒子物理学者が次のように語っていた．電子の発見によって，数十の元素の周期律の不思議が一挙に解決した，こんにちその数が多すぎると思われている素粒子についても，同様のことが起こるだろうか，と．たしかに，電子の発見者 **J.J.** トムソンが 1904 年に提出した**陽球原子模型**（あるいは無核原子模型）は，正電荷球内の電子の配置によって原子の化学的性質・**周期律**を説明する可能性をはじめて与えるものであった．

トムソンのこの問題意識を継承し，**E.** ラザフォードの**有核原子**を用いて周期律の説明を試みたのが **N.** ボーアであった．こんにち化学や物理の教科書などを通じて一般に受け入れられている原子構造の描像は，原子核の周りを幾重ものリング上に電子が配列している，**ラザフォード–ボーアの原子模型**といわれるものである．1911 年にラザフォードが α 線の大角度散乱実験を説明するために採用した有核原子の意味を，ボーアはいち早くみてとり，それにもとづいて 1913 年に**原子構造の量子論**を提出した．

ボーアの理論は，水素スペクトルの**バルマー公式**を見事に説明したことによってスペクトルによる原子構造の解明の道を開き，量子論の発展史において期を画するものであったが，同時に，化学結合論の歴史においても重要な意味をもつものであった．1913 年以後，スペクトル線と原子構造の量子論の拡張と精密化が進み，量子力学ができるまでのいわゆる**前期量子論**が発展するが，そこでは原子構造の解明にスペクトル研究ばかりでなく，原子の化学的性質，化学結合，周期律の説明が重要な役割を演じた．ボーアの初期の関心は生き続け，1921 年に一応の終止符を打つ．その年彼は，化学的性質・周期律との関連で原子構造を総括的に論じたのである．

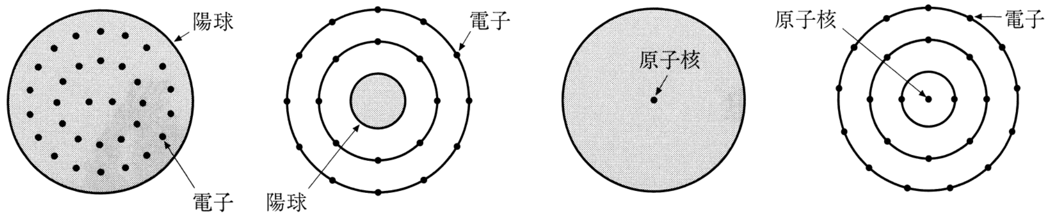
ここでは，1913 年から 21 年までのボーアの原子構造論を跡付けたい．それは，前期量子論における原子模型を跡付けることになる[1)]．

1. ボーアの見たトムソン原子とラザフォード原子

ボーアは 1911 年に金属電子論の研究によってコペンハーゲン大学から博士号を取得し，その年ケンブリッジのトムソンのもとに留学した．ボーアはケンブリッジでトムソン原子に興味をもつようになったとのちに述べている．

トムソンの陽球原子模型（図 1 (a)）は，1904 年に発表された[2)]．トムソンは電子を発見した 1897 年に，化学的元素は 1 個の電子と正電荷とからなる原初的原子が長い年月を経て結合してできたものであろうという，元素の進化説を説き，原子内電子の配置を手がかりに元素の周期律を説明することも可能であろうと推測していた[3)]．それを理論的に発展させたのが，1904 年の論文である．一様に正に帯電した球（陽球）の中で，その中心をとりまく**リング上に電子が等間隔に配列**しているとみなし，それらがある速度で回転しているときのリングの力学的安定性が論じられる．

このときトムソンは原子の質量はすべて電子によるものと考えていたので，現実の原子には水素でも 1000 個以上の電子が含まれていることになるが，彼は，数個の電子が等間隔に配列されているものとして，陽球からのクーロン力と電子相互間のクーロン力の作用のもとでこの電子系の安定性を論ずることからはじめている．リング上の電子の数を増やしていくにしたがって，リングを同心的に 2 重，3 重に増やしてゆくと安定になり，類似の電子配置が周期的に現れる．それが



(a) トムソンの原子模型　(b) 長岡の原子模型　(c) ラザフォードの原子模型　(d) ラザフォード-ボーアの原子模型

図 1

周期律を説明する可能性を与える．トムソンはスペクトルや放射能にも言及しているが，彼が説明しようと最も力を入れているのは元素の化学的性質であった．その点にボーアは関心をもったのである．

トムソンの論文が載った雑誌（フィロソフィカルマガジン）の同じ号に**長岡半太郎**も原子構造論を発表している[4]．長岡の模型（図 1 (b)）はラザフォードに先行する有核原子模型といわれ，トムソンの原子模型に対するものとして引き合いに出されることもあるが，実際にはそのようなことはなかったようである．

長岡は，マクスウェルの土星リングの研究からヒントを得て，多数の粒子（電子とみられる）を逆 2 乗力の中心の周り（正電荷球の外側）のリング上に等間隔において一様な速さで回転させ，その系の力学的安定性を論じた．そのために**土星型原子模型**ともいわれる．トムソンと同様の計算から，帯スペクトルと線スペクトルの起原・様相の違いの定性的な説明を試みる．中心の質量なり電荷なりはかなりの大きさをもち，その外側を粒子あるいは電子が回っていればよかったので，その点でラザフォードの原子核（図 1 (c)）と大きな（質的な）違いがある．それに，ラザフォードは長岡模型の延長上に自分の有核原子を提出したわけではない．トムソンの無核原子と長岡の有核原子の優劣を決めるために α 線散乱実験を行ったわけでもない．彼は長岡論文をみていなかった．

ボーアは翌 1912 年の春にはケンブリッジからマンチェスターのラザフォードのもとに移りそこで放射能実験の入門的コースに参加して H. ガイガーや E. マースデンの指導をうけていたが，その間に行った α 線の物質中での吸収に関する理論的研究が契機となって，ラザフォード模型に関心をもち，原子構造の問題に取り組むことになった．このとき彼は，**放射能は中心核の現象であり元素の通常の物理的・化学的性質は核の周りの電子による**ものであるということを理解したという．ボーアが注目したのは，α 粒子が金属箔から跳ね返されることがあるというガイガー–マースデンの実験結果を説明する理論の中でラザフォードの推定した中心電荷の大きさが，広がりをもつとしても，原子の大きさに比べて極端に小さく 10^{-12} cm 以下であるということだった[5]．

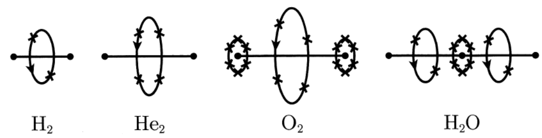


図 2　ボーアの仮定した簡単な分子における電子配置（ラザフォード・メモより）．

ボーアがまずおこなったのは，トムソンを受け継ぎ，ラザフォードの有核原子にもとづいて元素の化学的性質を説明しようとしたことである．1912 年の初夏（6～7 月）にラザフォードに自分の考えを説明するために書いたメモが残っている[6]．その中で，彼はラザフォード原子およびそれらが結合した系（分子）の電子の配置の安定性を考察している．原子の構造としては，正の核の周りに数個の電子が等間隔に並んだリングが回転している系を想像する（図 1 (d)）．そうすると，この系は電子数が 7 以下なら安定であり，元素の周期律を説明する可能性を示唆する，とボーアは記している．また，H_2, He_2, O_2, H_2O など簡単な分子における電子配置を仮定してその安定性を考察している（図 2）．

メモではスペクトルには全く言及していない．彼がはじめてスペクトルに注目するのは 1913 年の 2 月初旬のことである．この頃までにボーアはメモで扱った問題に関する理論が完成に近いと思っていた．電子の定常軌道（リング）の大きさを**プランク定数**によってどう決めるか，考えがまとまってきたようである．そのとき友人の H.M. ハンセンから水素スペクトルのバルマー公式を知らされた．そこで，彼は定常軌道を決める量子的仮定にさらに定常状態間の量子的遷移の仮

定を加え，それらにもとづいてバルマー公式が説明できることを確かめ，それを第1部「正電荷をもつ核による電子の束縛」[7]として，ひと月足らずのうちに草稿を書き上げた．ラザフォード・メモで扱われた化学的な問題は第2部「1個の核をもつ系」および第3部「いくつかの核をもつ系」で，全面的に展開された．

2. ボーアの原子構造論

3部からなるボーアの論文の中で，第1部は量子論史上もっとも重要でよく知られている．ボーアは，(i) 定常状態にある系の力学的安定性は通常の力学によって論ずることができるが，異なる定常状態間の移り変わりはそのようなものにもとづいては取り扱えない，(ii) 後者の過程には一様な光の放出が伴い，放出されるエネルギーと振動数の関係は，プランク理論で与えられるものに等しい，という2つの基本仮定にもとづいて水素スペクトル線の振動数を表す式として，

$$\nu = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

を導出した．ここで，ν は振動数，n と m は整数（$n<m$）で，m, e, h にそれぞれ既知の電子の質量，電荷，プランク定数を用いると，観測から得られていたバルマー公式，$\nu = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$，のリュードベリ定数 R によく一致したのである．

(i) の定常状態は，のちに**角運動量の量子条件**とよばれる仮定：角運動量 p_φ が，$p_\varphi = \frac{nh}{2\pi}$，$n$ は整数でのちの主量子数，h はプランク定数，によって決められる[8]．(ii) は，のちに**振動数条件**とよばれ，高いエネルギー状態 E_n から低いエネルギー状態 E_m に電子が移るときに放出される光の振動数 ν は $E_n - E_m = h\nu$ で与えられる．

第2部では，原子内電子はリング上に配置され，各電子はすべて**基底状態**（$n=1$）にあるとして角運動量が $\frac{h}{2\pi}$ に等しいと仮定される．その状態で電子が微小変位をしたときのエネルギーの増減を計算してその配置の安定性を調べる．8個以上の電子をもつリングは不安定，リングを増やしていったときの安定な配置については，化学的性質をにらみあわせて決める．H, H^-, He は1個のリングで安定，He^- は不安定，Li はリングが2重で，内側のリングに2個，外側のリングに1個であろう．Li^+ になりやすい．Be は電子2個ずつをもつ2重のリングからなる．これらの結果から，外側のリング上の電子が元素の原子価に寄与すると推定できる．そこで原子価を手がかりに次々と安定な配置を決めていく．彼は一番外側の電子数に周期8がみられることに注目している．

第2部のおわりで，**特性X線**と**放射能**が扱われる．ボーアは，特性X線の放出には核に最も近いところにある電子が寄与すると予想している．また，放射線（α 線も β 線も）の起原は原子核の内部に求めるべきであると述べている．これは放射能が核の現象であることをはじめて明言したものである．

第3部では2個の核をもつ系，2原子分子の安定性が扱われる．各電子の角運動量が $\frac{h}{2\pi}$ に等しいという条件を仮定することは第2部と同様．まず H_2 分子が安定なことがわかる．HHe は不可能，HCl は可能，H_2O, CH_4 の分子のありそうな配置が想定される．

3. ボーア理論の拡張

ラザフォードのもとでX線の研究をしていたH.G.J. モーズレーは，ボーアの考えに刺激されたのであろう，特性X線の系統的な研究をはじめた．彼は，特性X線が元素の周期表における順番，すなわち**原子番号**，とともに，周期的にではなく，単調に変化するということを確認した．当時，X線，β 線，α 線の散乱実験などから核電荷は，原子量の約2分の1であると結論されたことから，原子番号に等しいとみなされるようになっていたので，特性X線はまた核電荷に直接依存していることを示していた．モーズレーはバルマー公式によく似た，特性X線スペクトルの公式（**モーズレーの法則**）を提出し，それをボーア理論で説明した（1913～14年）．その結果は電子配置のリング構造を支持するものであった[9]．

特性X線発生のメカニズムとしてこんにち理解されている説明は，**W. コッセル**によって1914年に与えられたものである．すでに1913年にボーアが予想していたことなのだが，コッセルは，高速の粒子が原子に衝突して原子核に一番近い殻（K殻）にある電子がはじきだされ，それより外側の殻（順番にL，M，… 殻）にある電子がその空所をうめる．そのとき放出されるのがK線（すぐ上のL殻にある電子が移るときに放出される線が K_α 線，M殻の電子がうめるときに放出される線が K_β 線，…），L殻の電子がはじき出されてそれをM殻の電子がうめるときに放出されるのが L_α 線，…，と考えた．K殻は n（主量子数）が1の基底状態，L殻は n が2の状態と考えて特性X線

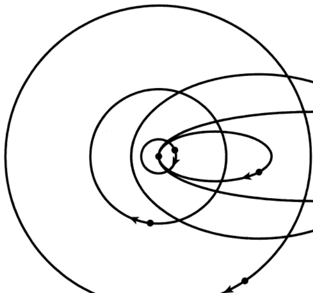


図3　ボーア–ゾンマーフェルトの原子模型.

の振動数を計算している．ボーア原子ではリングが増えてもすべての電子が基底状態にある，すなわち n が 1 である，として扱われていたが，ここでリングまたは殻が原子核に近い順に n が $1, 2, 3, \cdots$ の**エネルギー準位**に対応させられるようになった．コッセルの説明に，各リングまたは殻に含まれ得る電子数が決まっていて，それが完全に満たされているとそれ以上の電子はその殻に配置されない，つまり**閉殻の考え**が使われていることは，注目すべきである．この考えは，論理的には，**パウリの排他原理**につながる．

ボーアは原子内で電子が円軌道を描くとしていたが，それを**楕円軌道に拡張**したのは **A. ゾンマーフェルト**であった．ゾンマーフェルトは，1915～16 年にまず水素原子の場合に楕円軌道を導入し，そこに相対論的効果を考慮することによってスペクトルの 2 重線を説明した．彼は，楕円の形（扁平率）は量子的に決められ，楕円の長軸と短軸の比が主量子数 n と k の比になると仮定した．k は**副量子数**とよばれる．ゾンマーフェルトはさらに，電場や磁場をかけたとき，それらの方向に対する電子の軌道面の傾きも量子的に決められるとして，新しい副量子数 m を導入した[10]．このとき電子は一つの同じ円周上に配列されているのではなく，**一つ一つ別々の軌道を描く**ことになる（図 3）．

4. 化学的原子模型

スペクトル線の研究から原子の構造を解明することはまわりくどく，非常に困難なことである，コッセルはそのことを認め，定性的ではあるが，原子核にゆるく結びつけられている最も外側のリングまたは殻にいる電子，化学結合に関与する電子の配置を，元素の化学的性質を手がかりに得ようとした．彼は 1916 年に，膨大な化学的データを使って，ボーアのおこなった化学的考察を精密化し，純粋に化学的考察だけから原子番号 1 から 25 までの元素についてリング上または殻上の電子配置を決定することができた．コッセルの与えた配置表によると，希ガス元素と最後の Mn についての各リング上の電子数は，He（2, 6），Ne（2, 8, 0），Ar（2, 8, 8, 0），Mn（2, 8, 8, 7）である．

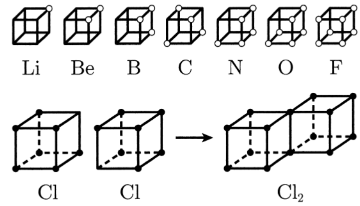


図4　ルイスの 8 隅説.

コッセルとは独立に同じ 1916 年に，**G.N. ルイス**は自分の化学結合論を発展させるために原子構造の研究に向い，コッセルと似たような電子配置を提出した．彼は化合物を当時普通に行われていた極性化合物と無極性化合物に分類するという仕方に注目し，2 つのタイプの違いは，分子を構成する個々の原子に属する電子が原子内にあるときどれだけ強く原子に束縛されているかの差による違いなのだと考え，それを説明するために，**8 隅説**として知られる立体的原子模型を提案した．すべての原子は，あらゆる通常の化学変化において不変のままであり周期表においてその元素の属する属の番号に対応する数の正電荷，すなわちコア，とその電荷に等しい数の電子を含むその外側にある殻からなる，殻の電子数は，化学変化の間に 0 と 8 の間を変化できる，原子は通常立方体の 8 つの角に対称的に配置される電子をもとうとする，と仮定した（図 4）．

コッセルの議論もルイスのそれも周期表のはじめの 25 の元素の原子内の電子配置に限られていたが，1919 年，**I. ラングミュア**はルイス説を拡張して，さらに満足のゆく配列を得るために，希ガスの原子番号を手がかりに，蜂の巣状の細胞構造ともいえる模型を提出した．ここで，原子内の第 1 の殻は 2 個の細胞，第 2 は 8 個，第 3 は 18 個，第 4 は 32 個の細胞を含み，第 1 の殻の細胞はそれぞれ 1 個の電子しか含めないが，その他の細胞はそれぞれ 1 または 2 個の電子を含めると仮定する．これによると原子番号 86 の Rn は，内側からそれぞれ 2, 8, 8, 18, 18, 32 個の電子を含む細胞層からなる．C.R. バリーは，ラングミュアの仮定に修正を加え，各殻に含まれる最高電子数はその殻の表面積に比例するとした．そうすると，あい次ぐ殻は，2,

8, 18, 32 個の電子を含み得る．内側の殻が最高の電子数を含んでいないときでもその外側の殻に電子を含めるとする．この仮定によって，Ne より重い原子量の元素について，ラングミュアとは違う構造になり，それよりよく化学的性質が説明される．Rn の場合，内側からそれぞれ 2, 8, 18, 32, 18, 8 となる．

5. ボーアの 1921 年の原子構造論

こうして，化学結合，原子価を説明するための静的な化学的原子模型が展開されたのであるが，その間に，量子論の研究も，先のゾンマーフェルトの理論をはじめとする量子条件の拡張と精密化に伴って定常状態を決める方法も進み，かなり広く適用されるようになった．スペクトロスコピーからの結果は，原子内での 1 電子の運動に依存する現象が考察される限り，かなりの程度で詳しく解釈されるようになった．

1921 年にボーアは，彼の発展させた**対応原理**を使って理論的に原子が形成され再構成される過程を追求し，主としてスペクトルからの結果を用いて多くの電子を含む原子の構造を推定し，原子内の様々の電子群における電子の配置および数を周期表にそって決めようとした[11]．

ボーアは原子内の電子の配置は，原子が電子を 1 個ずつ束縛することによって形成される過程を調べることによって決められると考えた．その束縛過程は定常状態間の遷移によって段階的に起こり，それは元素のスペクトル系列によって示される．対応原理はその過程がどの段階でおわるかということについての知識を与える，というのである．

こうして周期表にそって束縛過程，すなわち元素のアークスペクトル，スパークスペクトル，を詳しく分析し，実際にはスペクトルデータばかりでなく化学や物理の与える知識も動員して構成された電子配置は，ルイスやラングミュアによって提案されたような静的原子模型とは全く異なった様相を呈していた．電子はいくつかの群に配置され，同じ群に属する電子の軌道は同じ量子数で特徴づけられる．同じ量子数でもいくつかのタイプの軌道があるから，一般に同じ群内の電子がすべて同じ役割を演ずるのではない．すなわち，はっきり分けられた領域内で動く電子からなるいくつかの限定された球殻からなるとはもはやいえない．外側の群に属する電子も内側の群の軌道の領域に侵入することもある．次々に加わる電子が前もって束縛されていた電子の量子数と同じかまたはそれより小さな量子数の軌道に結びつけられるという過程も出現する．これは，周期表で化学的性質が互いにわずかしか違わないような，例えば鉄族とか希土類という元素の存在を説明する（図 5）．

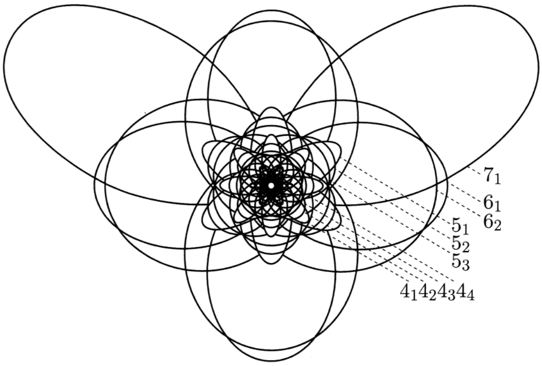


図 5　ボーア模型にもとづくラジウム原子．

以上のようなボーアの理論は，リング上に電子を配列した彼のはじめの模型からかけはなれているばかりでなく，ルイス–ラングミュアの静的模型からもなおさらかけはなれたものになった．ボーアは，化学的考察から得られた原子模型はすべて，なぜそのような配置が安定なのか説明を与えていないという困難があると批判している．しかし，ボーアも指摘しているのだが，同じ群に割り当てられる電子の数に関しては，ルイス–ラングミュアと同じ考え方でバリーの到達した結論は，ボーアの新しい理論の結果と一致している．ボーアは，希ガスの原子について次のような各群に属する電子数を得た：He (2)，Ne (2, 8)，Ar (2, 8, 8)，Kr (2, 8, 18, 8)，Xe (2, 8, 18, 18, 8)，Rn (2, 8, 18, 32, 18, 8)．化学的原子模型は静的という点でボーアの新しい模型と対立していると思われてはいたが，量子論が多電子原子の構造を扱うには不完全な間は，重要な役割を果たしていたといえる．

最後に，ボーアの与えた原子内電子配置にもとづいて，72 番元素 Hf（ハフニウム）が発見されたこと，その際，コペンハーゲンに 1923 年から留学していた**仁科芳雄**の X 線研究も大いに貢献したことにふれておきたい．先のモーズレーの X 線スペクトルの研究から予想されていた未発見の 72 番元素について，当時それは希土類に属すると考えられていたが，ボーアの方法でこの元素の電子配置を決めると，それは Zr（ジルコニウム）と同じ群に属するはずであった．1922 年，G. ヘヴェシーと D. コスターが Zr を含む鉱石からの X

線スペクトルを分析することによって，その存在を確認した．仁科は，コスターのX線定量分析法に改良を加え，より確実なX線によるHfの定量分析法を確立したのである．

文献（原典は邦訳のあるもののみあげる）と注

1) ボーアの原子構造論とその形成，その後の発展については，例えば，A. パイス（西尾成子，今野宏之，山口雄仁共訳）『ニールス・ボーアの時代1』（みすず書房，2007，原著は1991年刊）第8章および第10章．ボーア「ラザフォード記念講演―核科学の創始者の追憶とその業績にもとづくいくつかの発展の回想」，山本義隆編訳『ニールス・ボーア論文集2　量子力学の誕生』（岩波文庫，2000）273–360頁．通史として広重徹『物理学史II』（培風館，1968）第14，15章をあげておく．

2) J.J. Thomson（後藤順子訳）「原子の構造について」，物理学史研究刊行会編『物理学古典論文叢書10　原子構造論』（東海大学出版会，1969）45–76.

3) J.J. Thomson（遠藤真二訳）「陰極線」，『物理学古典論文叢書8　電子』(1969) 1–28.

4) 長岡半太郎（八木江里訳）「線および帯スペクトルと放射能現象を示す粒子系の運動」，『物理学古典論文叢書10　原子構造論』（東海大学出版会，1969）29–43.

5) H. Geiger and E. Marsden（辻哲夫訳）「α粒子の拡散反射について」およびE. Rutherford（辻哲夫訳）「物質によるα粒子とβ粒子の散乱と原子の構造」，『物理学古典論文叢書9　原子模型』(1970) 49–57および95–118．α線が物質内で曲げられる（散乱される）ことは1906年に発見され，α線がHeイオンからなることは1908年に実験的に確証された．いずれもラザフォードによる．後者は，E. Rutherford and T. Royds（菅沼和子訳）「放射性物質からのα粒子の本姓」，『同叢書7　放射能』(1970) 165–172.

6) 1963年にボーア理論50周年を記念して刊行されたボーアの3部作の復刻版に付したL. ローゼンフェルトの解説の中でそのメモが公表されている．ラザフォード・メモとよばれる．L. ローゼンフェルト（江沢洋訳，註）「ボーア原子模型の成立(1), (2), (3)」，『自然』1968年4, 5, 6月号，それぞれ56–70, 54–67, 68–77頁．これは，Niels Bohr, *Collected Works Vol.2 Work on Atomic Physics (1912–1917)*, North-Holland, Amsterdam, 1981, 135–158に収められている．

7) N. Bohr（後藤鉄男訳）「原子と分子の構造について（第1部）」，『物理学古典論文叢書10　原子構造論』(1969) 161–186.

8) ただし，この論文のはじめでは，この条件とは違う式が与えられている．無限遠に静止した1個の電子が原子核に近づき核の周りの円軌道を回るにいたる過程を考え，そのときに放出されるエネルギーWが，電子が最終的に落ち着く定常軌道の回転の振動数ωの2分の1に比例する，$W = \frac{nh\omega}{2}$，nは整数，hはプランク定数，となることを導いて，それを仮定している．これが角運動量の量子条件に等しいことはこの論文の後半で指摘される．

9) H.G.J. Moseley（後藤順子訳）「諸元素の高振動数スペクトルI, II」，『物理学古典論文叢書9　原子模型』(1970) 143–155, 156–167.

10) A. Sommerfeld（及川浩訳）「スペクトル線の量子論について」，『物理学古典論文叢書3　前期量子論』(1970) 233–302.

11) ボーアの1921年の原子構造についての論文は2編，*Nature*誌に発表された．邦訳されていないが，山本義隆編訳，前掲書[1] 43–69頁に訳出されている「原子」(1926)の，とくに62–69頁の内容とほぼ同じである．

（にしお・しげこ，日本大学名誉教授）

特集／ボーア

対応原理と相補性原理

山本 義隆

1. 発端

20世紀の量子論と原子物理学の端緒は，振動数 ν の光が Planck 定数を h としてエネルギー $h\nu$ の粒子のように振舞うという Einstein の光子仮説，および Nagaoka（長岡半太郎）と Rutherford による有核原子モデルの提唱にある．有核原子モデルは高エネルギー α 粒子の散乱実験をよく説明するものであったが，しかしその存在は古典物理学では説明がつかないことであった．

実際，負電荷の軽い電子がクーロン力をうけて正電荷の核のまわりを周回するという，古典物理学にもとづくこの有核原子モデルには，原子の一定性と安定性，そして原子から放射される光のスペクトルが説明つかないという致命的な欠陥があった．古典電気力学では周回運動をする電子は光（輻射）を放出してエネルギーを失い，それにともなって電子は核に落ち込み，最終的に原子は潰れてしまうはずであるが，現実の原子は特定の大きさを持ち，安定である．また古典論では放出される光の振動数は回転振動数の整数倍の振動数 $(\omega, 2\omega, 3\omega, \cdots)$ に等しいはずであるが，分光学によれば，水素原子から放出される光の振動数（スペクトル）は，n, n' を二つの正整数（$n' > n$）として

$$\nu = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right) \tag{1}$$

の形で表される．

この困難に挑んだのが Bohr の 1913 年の論文「原子および分子の構造について」であった．この点については本特集の西尾氏の論考に詳しいので，ここでは必要最小限を記す．

Bohr はつぎの二つの仮定（量子仮説）を置いた．第一に，電子の運動は，特定のエネルギー E_n（$n = 1, 2, \cdots$；エネルギー準位）をとる状態（定常状態）だけが許される（量子条件）．第二に，定常状態にあるとき電子は古典力学の法則にしたがい，光の放射は異なる定常状態に移る（遷移する）さいにそのエネルギー差に相当する光子の放出としてなされる，すなわち，n' の定常状態から n の定常状態への遷移にさいし，

$$h\nu = E_{n'} - E_n \tag{2}$$

で決まる振動数の光子を放出する（振動数条件）．この二つの条件にもとづいて Bohr は水素原子の原子半径とイオン化エネルギーとスペクトルを説明することに見事に成功した．

こうして量子仮説（量子条件と振動数条件による制限）の付加された古典論で原子や分子を説明してゆくという，折衷的でそれゆえ過渡的で暫定的な性格の前期量子論が始まった．そのさいの量子仮説と古典論を関係づける指導原理が対応原理である．その萌芽はすでにこの 13 年論文に示されていた．

この Bohr の議論で，振動数条件は光子仮説とエネルギー保存則を組み合わせたものであるが，量

子条件については，論文後半で，つぎの説明が与えられている．

Bohrの結果によるとエネルギー準位 E_n は n とともに間隔が詰まってゆくので，n の状態から，$n' = n - \tau$ $(\tau = 1, 2, 3, \cdots)$ の状態への遷移で放出される光の振動数は，n が $\tau = n - n'$ にくらべて十分に大きいとき，電子のとりうるエネルギーの値は連続的な古典論の場合に近づき，放射される光の振動数 ν も古典論の場合の $\tau\omega$ に接近するはずである．Bohr自身の表現では「隣り合う二つの定常状態の間の移行に際して放出される光の振動数は，低い振動数領域では電子の回転の振動数に一致する」のであり，量子条件はこの条件を満たすようなものでなければならない[1, 4, Vol.1, p.174; p.176]．

この議論は，その後の発展を踏まえて書き直すと以下のようになる．簡単のため1自由度の周期系で考える．作用変数 $J = \oint pdq$ と角変数 $\theta = \omega t$ で表したエネルギー E をハミルトニアンと考えると，古典力学の正準方程式は

$$\frac{dE}{dJ} = \frac{d\theta}{dt} = \omega.$$

他方，量子条件は，Sommerfeldの定式化では $J = nh \equiv J_n$ と表され，したがって振動数条件 $h\nu = E_n - E_{n-\tau}$ は，$n - \tau = n'$ として

$$\nu = \frac{E_n - E_{n'}}{h} = \tau\frac{E_n - E_{n'}}{J_n - J_{n'}} = \tau\frac{\Delta E}{\Delta J}.$$

つまりBohrの処方は，エネルギー E にくらべてその差分 ΔE が小さいときには，差分を微分で置き換えうる（$\Delta E/\Delta J$ を dE/dJ で置き換えうる）ということにもとづく．この事実がその後の対応原理の理論的根拠であった．

2. 対応原理

古典力学と古典電気力学に振動数条件と量子条件を付加したBohrの原子論は，水素原子では成功したが，多電子原子にたいしては多くの困難を有し，また内的な矛盾も孕んでいた．しかしそれでもBohrは原子内電子の殻状構造を相当程度正確に解明し，周期律の説明に成功していった．電子スピンや排他原理の見いだされる以前であることを考えると，その成功は驚くべきことであった．この時代にコペンハーゲンでBohrに同行していたKramersは，この過程を「Bohrは千里眼をもって分光学の成果と化学的な結果を総合し，深めた」と語り，Heisenbergも同様に「彼はむしろ直感と霊感によって結論に達した」と記している[10, p.257]．そして1923年から28年までコペンハーゲンに滞在し，日常的にBohrに接していたNishina（仁科芳雄）は「Bohrの原子構造論は……その後多少改められたが，ともかくも今日の量子力学とパウリの原理とからして得られる結果と少しも異なるところはない．今日から見ると対応原理を唯一の信条として，よくも此処まで漕ぎ着けられたものと思われる．これもBohrの勘のよさによる」と述懐している[14]．

暗闇のなかで手探りで迷路を通り抜けたようなそのBohrの思考過程は，「霊感」とか「千里眼」とか「勘」といった言葉で語られているように，合理的な説明の困難な部分を多く含んでいるが，その導きの糸が「古典論の諸概念が限界を持つにもかかわらず量子論で維持されるその仕方を特徴づける」と後にBohrが語った対応原理であった[1, 2, Vol.3, p.339; p.196]．

Bohrが「対応原理」という言葉を初めて使ったのは1920年のベルリンの物理学会での講演と言われるが，1918年に第1部が発表された論文「線スペクトルの量子論について」の20年の第2部には「古典電気力学と量子論の根本的に異なる考え方の間に形式的な対応を仮定するある一般原理」として提起されている[1, Vol.3, p.246]．

「線スペクトルの量子論について」第1部の冒頭で，Bohrは「これらの研究〔Sommerfeld以来の前期量子論〕によってもたらされた大きな進歩にもかかわらず，……放出されるスペクトル線の偏光と強度の問題に関して基本的な性質の多くの困難が未解決に残された」と表明している[1, 5, Vol.3, p.70; p.192]．原子について私たちが直接観測しうる事項は原子から放射される光の振動数と偏光と強度に限られる．その光の振動数は量子条件と振動数条件によ

り決定されるが，偏光と強度を決定する手段がないというのが，この時点での中心的問題であった．

その解決への鍵を与えたのが，Einstein による遷移確率の導入であった．1917 年に Einstein は，分子が高いエネルギー E_m の定常状態から低いエネルギー E_n の定常状態へエネルギー $h\nu = E_m - E_n$ の光子を放出して自発的に遷移する確率 $A_{m,n}$，および外部の場の影響でその二つの状態間を光子の放出ないし吸収をともなって遷移する確率 $B_{m,n}$ と $B_{n,m}$ を用いて熱輻射の法則を導き出すことに成功した．

Bohr の対応原理は，原子の定常状態間の遷移のさいの光にたいして，その振動数のみならずこの遷移確率をも，古典論との対応によって推察しようとするものである．たとえば電気双極子

$$\overrightarrow{P}(t) = -e\overrightarrow{X}(t) = \sum (-e)\overrightarrow{C}_\tau \exp(2i\pi\tau\omega t)$$

による輻射で放出されるエネルギーは，古典論では（C^i_τ を座標成分 X^i のフーリエ振幅として）

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2}{3c^3}\left\langle\left(\frac{d^2\overrightarrow{P}}{dt^2}\right)^2\right\rangle = \sum_{\tau,i}\frac{(2\pi\tau\omega)^4 e^2}{3c^3}|C^i_\tau|^2.$$

他方，量子論では，エネルギー E_n の状態から $E_{n-\tau}$ の状態への遷移で振動数 $\nu = \tau\omega$ の光子が放射されるときに放出されるエネルギーは，遷移確率を用いて

$$\sum_i \frac{dW^i_\nu}{dt} = \sum_i h\nu A^i_{n,n-\tau}.$$

対応原理は，n にくらべて τ が十分小さい場合に

$$A^i_{n,n-\tau} = \frac{(2\pi)^4\nu^3 e^2}{3c^3 h}|C^i_\tau|^2, \qquad (3)$$

ないし，すくなくとも $A^i_{n,n-\tau} \propto |C^i_\tau|^2$ が成り立つことを主張する．古典論ではフーリエ成分が 0 になる偏光の場合，量子論でもそのスペクトルが見られないという，選択規則がここから導かれる．実際に Kramers は，Stark 効果つまり電場中で水素原子のスペクトルの変位を，この考え方で見事に説明することに成功した．

とはいえ，厳密でその解釈の明快なそして一般的な形で定式化された原理として対応原理が確定されていたわけではかならずしもない．それゆえその原理の実際の適用にはケース・バイ・ケースでの工夫が要求されていた．そもそも対応原理がすべての問題に有効であったわけでもない．というのも対応原理は諸現象や諸法則を根拠づけるという意味での原理ではないからであった．

3. 量子力学へ

むしろ対応原理の歴史的意義は，発見法的原理として，根本的に新しい物理学としての量子力学形成にむけての方向性を指し示したことにある．Bohr 自身，1925 年には「対応原理は，量子論の仮説と古典論のあいだの根本的な食い違いには目をつむって*1)，古典論のあれやこれやの特徴を適宜解釈し直すことで量子論の形成に利用しようとする努力の表現」であったことを認めている[1, 3, Vol.5, p.277; p.23]．

Einstein は遷移確率を導入し，遷移を確率過程として扱ったが，それが原理的に確率的な現象であると考えていたわけではない．17 年論文では，遷移の素過程の起こる時間や放射の方向が‘偶然’に委ねられていることを自身の理論の「弱点」と評価している[6, p.172]．それゆえ，将来的に形成されるべきは，原子や分子からの個々の放射の過程にたいして因果的・力学的な説明を可能とするメタレベルの理論と考えていた．そしてそれは，当時の大部分の物理学者の気分であった．ドイツ物理学の重鎮で，エネルギー量子の提唱者 Planck がプロイセン・アカデミーで「この量子の仮説も，最終的には，その厳密な表現をなんらかの方程式のうちに見いだして，それが因果法則のより厳密な定式化になりうるであろうということを，おそらくどの物理学者も確信している」と表明したのは[13, p.109]，量子力学誕生のわずか 3 年前の 1923 年 2 月であった．

しかし Bohr はかなり早い時期から，遷移過程を原理的に確率的なものと捉えていた．原子につ

*1) ドイツ語版原文は ungeachtet des grundsätzlichen Gegensates，英訳は appropriate to the fundamental contrast，独文を採った．

いて私たちが知りうるのは，原子からの光の振動数とその強度だけであり，それ以上に原子内電子の軌道などを語ることはできないし，そもそも定常状態間の遷移はそれ以上に要素的過程に還元することの不可能な単一不可分の過程である，それゆえ電子が「何時，何処で，どのように」光を放出するのか，というような古典電気力学で通常設定される設問自体が成り立たない，というのがBohrの辿りついた立場であった．

1923年の論文「量子論の原子構造への適用」でBohrは，1913年論文以来の到達地点を明らかにしている：

> 量子論の仮説によるならば，私たちは原子の運動とその〔輻射の〕放出や吸収過程の結果との間の直接的な関連を放棄しているだけではなく，このような過程の結果が実際にはその始状態だけではなく終状態にも左右されると仮定しなければならないというまでに，従来の自然記述から離反しなければならないのである．おそらくこの関係は，現時点では輻射の放出過程にもっとも明瞭に現れてくるであろう．というのも，量子仮説によるならば，一個同一の定常状態がまったく異なる輻射過程への起源でありうるからである．……このような事情では，最初Einsteinによる熱輻射の導出のさいに用いられた方法に，私たちはおのずと導かれることになる．その方法によるならば，私たちは，輻射の放出にたいする**原因**を求めるのではなく，それらは**確率法則**に支配されていると単純に仮定するのである[1, Vol.3, p.477. 強調ママ]．

原子構造を読み取る鍵としての遷移という現象は本質的に確率的な現象であり，探究するべきは，遷移を支配しているメタレベルのメカニズムではなく，遷移確率そのものがしたがうべき法則である．それは対応原理そのものの，曖昧さのともなうことのないより明確な定式化・精密化，Bohrの言葉では「対応論的考察の合理的な完成」[2, p.39]に求められるべきであろう．対応原理に導かれてBohrがめざしていた方向性である．

Heisenbergによる量子力学（行列力学）の提唱は，この延長線上にあった．それは古典論の位置座標 X^i のフーリエ振動数 $\tau\omega$ とフーリエ振幅 C^i_τ を遷移振動数 $\nu = \tau\omega$ と，遷移確率を直接与えるところの遷移振幅 $X^i_{n,n-\tau}$ に置き換え，それらがしたがっている法則を見いだすことによって達成された．後にHeisenbergは回想している：

> 量子論の明確な定式化は，二つの相異なる発展から現れてきた．一方はBohrの対応原理から出発した．電子軌道の概念は断念すべきであったが，それでも高い量子数の極限において，すなわち大きい軌道にたいしては，それらを保持すべきであった．量子数の大きい場合には，原子の出す輻射は，それの振動数と強度によって電子軌道の像を与える．それは数学者の言う軌道のフーリエ展開を表す．この考え方は力学の法則を電子の位置と速度にたいする方程式としてではなく，それらのフーリエ展開の振動数と振幅にたいする方程式として書き下すべきだということを指示していた．こういう方程式から出発して，それらをほんの少しだけ変えて，原子の出す輻射の振動数と強度に対応する量の関係，これらが原子の小さな軌道やその基底状態に対してさえも成り立つ関係に到達できるだろうと期待された．この計画は実行され，1925年夏に行列力学，あるいはもっと一般的に量子力学と呼ばれる数学的体系に到達した[12, p.14]．

同様に，HeisenbergやJordanに協力して行列力学の数学的枠組みを完成させたBornは「Jordanと私は，我々がゲッチンゲンで，また別個にDiracがケンブリッジで発展させた量子力学の中に，Bohrの対応原理が完遂されていると感じていた」と証言し[9, p.183f.]，Bohr自身も，後に「量子力学の全体系は，対応原理が目指していた内容を正確に定式化したものと見なしうる」と断言している[1, 3, Vol.5, p.280; p.38]．

新しい物理学の原理的基礎がいまだ未知の段階で，旧来の理論に依拠しながら，その新しい理論の形成されるべき方向性を指し示したという点で，

1913年から25年までの対応原理は物理学史において稀有の位置を占めている.

4. 相補性原理

前期量子論とは区別される量子力学の基礎をHeisenbergが提唱したのは1925年で，それは直後にBornとJordanにより行列力学として定式化され，ほぼ同時にDiracがより抽象的な非可換代数を用いた量子力学を発表した．ところで，先のHeisenbergの引用に，量子論の定式化の「二つの相異なる発展」とあるが，もう一方は，de Broglieの電子の波動論の発展としてのSchrödingerの波動力学であり，これは1926年に発表され，同じ年に，行列力学と波動力学の数学的同等性がSchrödinger自身によって証明された．こうして量子力学の数学的形式は出来あがったが，しかしその数学が表しているところの物理学的な意味はきわめて不明確であった．Heisenbergは，行列力学と波動力学のいずれもが，水素のみならずもっと重い原子にも正しく適用できることが判明したことを認めたうえで「しかしこの新しい理論体系はどういう意味で原子を記述したのか．波の像と粒子の像の間の二重性のパラドックスは解けなかった．これらはどちらも数学的体系のうちに隠されてしまった」と続けている[12, p.15]．

この間沈黙していたBohrは，量子力学の数学的定式化や計算処方の改善あるいは個別の問題への適用には関心をむけなかったが，その物理学的意味，とりわけ，電子や光がともに波動性を粒子性のいずれをも示すというパラドキシカルな状況の解明に没頭していた．Bohrは，波動像に固執していたSchrödingerにたいしてはもとより，粒子像に傾斜し古典力学の概念である粒子の位置と運動量にたいして不確定性原理によって制限を加えるというHeisenbergの解決にたいしても納得していなかった．コペンハーゲンを訪れた初対面のSchrödingerとも，量子力学の形成まで自身の影響下にあったHeisenbergとも，Bohrが激論を交わしたことが知られている．Bohrは波動像と粒

子像のいずれかを選ぶという解決を拒否したのだ．後にHeisenbergは述懐している：

> Bohrと私では困難の解決にいくらか違った方向を探していることがわかった．二つの直感的な描像がお互いに排除し合うが，それは両者を一緒にしてはじめて原子現象の完全な記述が可能になるというような具合に定式化することに，Bohrのねらいはあった．私はこの種の考えを好まなかった[11, p.124f.]．

Bohrの解決は粒子像と波動像の両者を同権に受け容れようとするもので，そのことを可能とする認識原理が1927年のコモの国際会議で発表された相補性原理である．

たとえば光は，一方では干渉実験によれば重ね合わせの原理に支配される波動性を示すが，他方で，Compton効果に見られるようにエネルギーと運動量保存則に支配される粒子としての性質をも示す．同様に，それまで粒子と思われていた電子も，結晶による散乱で回折と干渉を示すことが1927年にDavissonとGermerによって確かめられた．このように光子や電子のような原子的（微視的）対象は，実験の仕方と目的に応じて波動的にも粒子的にも振舞う．そのかぎりでそれらの「本質」は何かという問いはジレンマに陥るが，それがジレンマであるのは，物体の位置や速度といった状態量や諸性質が観測とは独立に自存すると見る「古典論の考え方にこだわるかぎり」である．しかし「原子的現象のすべての観測には，観測装置との無視することのできない相互作用がともなう」のであり，そういった観測機器との相互作用と独立に性質や属性を語りうるものではない．あまつさえ「実験的素材の解釈は，本質的に古典論の諸概念に依拠している」．

それゆえ，光子や電子にたいする波動性にのっとった記述と粒子性にのっとった記述，言い換えれば時間・空間的記述とエネルギー・運動量にもとづく記述を「経験の互いに矛盾した描像ではなく，併用してはじめて古典論の記述様式の自然な一般化を与えることになる相補的な描像」であり，「この二つの見方は，実験的事実を私たちの従来のものの見方に適合させるための二つの解釈の試みと考えられるべきで，そのことによって，古典論の諸概念の限界が相補的な仕方で実現されているのである」と了解する[1, 2, Vol.6, p.149; pp.24, 23)]．相補性原理は，後には広く曖昧に語られることにもなるが，これが当初に語られていた相補性原理の狭義の核心的内容である．

Bohrは1929年の論文「作用量子と自然の記述」で，相補性の必要性の根拠を，原子の世界つまり量子現象の物理学は古典論とは根本的に異なるものであり，それゆえ「古典論の概念を用いては，量子論の内容の首尾一貫した定式化が不可能である」が「にもかかわらず，すべての経験は，究極的には，作用量子〔Planck定数〕を無視する古典論の諸概念によって表現されなけらばならない」という点に求めている[1, 2, Vol.2, p.204 (独), p.210 (英); p.68)]．このBohrの認識は，その後の量子力学の解釈においてきわめて重要な役割をはたすことになる．

20年後の1949年にBohrは，「相補性」の提唱にとって「**原子的対象の振る舞いと，その現象が発生する条件を定めるのに用いられる測定装置との相互作用の明確な分離が不可能なこと**」にもかかわらず「**現象が古典力学で説明のつく範囲をどれほど超越していても，すべての証拠は古典論の用語で表さなければならない**」という認識が決定的であるとあらためて確認している[1, 2, Vol.7, p.349f.; p.223. 強調ママ)]．この議論の延長線上に「現象という言葉の使用を，もっぱら実験全体の説明を含む特定された状況のもとで得られる観測のみを指すものに限定する」という，後年にBohrが到達した立場が確認されてゆく[1, 2, Vol.7, p.314; p.203)]．それは，量子力学の完全性をめぐるEinsteinとの論争の中心テーマであった．

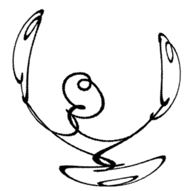
対応原理がコペンハーゲン学派による量子力学形成の指導原理となったとすれば，相補性原理は量子力学のコペンハーゲン解釈の基礎となったと言える．

参考文献

1) *Niels Bohr Collected Works* (Elsevier, 2008, North-Holland 版の reprint 版).
2) 『ニールス・ボーア論文集 1　因果性と相補性』山本義隆編訳（岩波文庫，1999）.
3) 『ニールス・ボーア論文集 2　量子力学の誕生』山本義隆編訳（岩波文庫，2000）.
4) Bohr「原子および分子の構造について」後藤鉄男訳『物理学古典論文叢書 10　原子構造論』（東海大学出版会，1969）.
5) Bohr「線スペクトルの量子論について」及川浩訳『物理学古典論文叢書 3　前期量子論』（東海大学出版会，1970）.
6) Einstein「輻射の量子論について」，『アインシュタイン選集 1』（共立出版，1971）.
7) Born『現代物理学』鈴木良治・金関義則訳（みすず書房，1964）.
8) Born『私の物理学と主張』若松征男訳（東京図書，1973）.
9) 『アインシュタイン・ボルン　往復書簡集』西義之・井上修一・横谷文孝訳（三修社，1976）.
10) Pais『ニールス・ボーアの時代 2』西尾成子・今野宏之・山口雄仁訳（みすず書房，2012）.
11) Heisenberg『部分と全体』山崎和夫訳（みすず書房，1974）.
12) Heisenberg『現代物理学の思想』河野伊三郎・富山小太郎訳（みすず書房，1967）.
13) Planck, ‘Kausalgesetz und Willensfreiheit’, in *Wege zur Physikalishen Erkenntnis* (Verlag von S. Hirzel, 1933); マクス・プランク『現代物理学の思想』上，田中加夫・浜田貞時・河合徳治訳，法律文化社（1971），pp.189–238.
14) 仁科芳雄「学者伝記（1）NIELS BOHR」，『岩波講座物理学』（1938）.

（やまもと・よしたか，駿台予備学校）

ボーア・クラマース・スレーターの輻射論



今野　宏之

1923年のクリスマス直前に，ニールス・ボーアの所にアメリカ人ポスドクJ・C・スレーターがやってきた．彼は10月からケンブリッジのキャベンディシュ研究所に滞在していたのだが，ここで着想したアイディアをボーアに話したところからこの“物語”は始まる．

時は量子力学誕生前夜といったところ．主要登場人物は，まずはボーアである．38歳になったばかりの彼は，前年にはノーベル賞を受賞していたが，新設された理論物理学研究所の所長に収まり，すでにカリスマ的存在になっていた．つぎにボーアの最初の弟子，オランダ人のH・A・クラマースである．彼はもうすぐ30歳になろうとしていた．そしてハーバードで博士号を取ったばかりのスレーターである．物理学の最前線へ飛び立とうと意欲満々の彼はコペンハーゲンで23歳の誕生日を迎えた．

スレーターがボーアとクラマースに話した内容は2点に集約される：一つは，原子内の荷電振動子が電磁場を放射しその電磁場が光量子を誘導するというものだった．光量子仮説はA・アインシュタインが1905年に提唱していたが，光が粒子として空間を伝播するという考えには，波動に特有な回折・干渉現象が説明できない弱点があった．この弱点を回避するような，誘導場が光量子を導いて干渉縞をつくるメカニズムを，スレーターは思い描いていたのだ．

もう一つのアイディアは，遷移振動数を固有振動数とする荷電振動子が輻射場を連続的に放出・吸収している状態を定常状態と仮定したことだ．そしてこの振動子の振幅は遷移の始状態と終状態の振幅の平均した量であるとする．外場の存在とは無関係に原子は定常状態にある間，つねに輻射場を放出・吸収していると考えているのが特徴である．

彼らはすぐにスレーターのアイディアに飛びついた．ボーアは共著で三者（BKS）論文を書くと宣言する．しかし実際はクラマースと相談しながらボーアが一人で書き上げてしまったのだ．スレーターは蚊帳の外に置かれたまま，ボーアからできあがった英文原稿を見せられるまでその内容を知ることができなかった．こうして「輻射の量子論」と題する論文が上梓されたのだ．

ではボーアはスレーターのアイディアのどういうところに興味を持ったのだろうか？ 彼がこの頃に考えあぐねていた問題を知れば理解できる．それは分散や散乱のような原子と輻射の相互作用をボーアの量子論でどう取り扱えばよいか，というものだった．スレーターのアイディアがこの問題に一つの解決策を与えてくれるのではと直観したのだ．

ボーア原子の量子的性質の一つは，原子による輻射の吸収・放出が不連続的に生起することであった．しかし相互作用をこの図式で説明しようとすると問題が起きた．振動数条件だけでは散乱は説明できないからである．そもそも1913年に導入されたボーアの原子論の要請では，周回電子の軌道振動数とこの電子が遷移する際に放出あるいは吸収される輻射の遷移振動数（光学的振動数）は異なるものであった．しかしもし，散乱のメカニ

ズムに軌道電子がかかわっていると考えるならば，軌道振動数と入射光の振動数との間になんらかの関係を探さなければならないだろう．

ボーアは当初，遷移過程と振動子のエネルギー放出とを結びつけていた．発光は遷移過程で起こるからである．しかし，遷移過程ではなく定常状態そのものと振動子の振る舞いを結びつける方が，対応原理の要求にあっていることに気がつく．言い換えると，時空の記述を遷移過程ではなく，定常状態そのものに適用する方がよいと考えたからであり，その方が定常状態の寿命の有限性と定常状態の安定性も説明できるからであった．こうしてボーアはスレーターのアイディアを受け入れた．ただし光量子は排除された．量子性は吸収・放出の際に限定し，入射・放出波は空間をマクスウェルの電磁場として伝播する．これはボーアだけでなくM・プランクを含めた大方の量子物理学者たちが考えていた描像である．

BKS 論文ではスレーターの荷電振動子は仮想振動子に姿を変えた．軌道電子とは別に定常状態にはそれに属する仮想振動子の集まりを仮定する．離れた原子どうしは仮想輻射場をやり取りして，お互いに“交信”しているとする．入射波によって軌道電子に摂動が生じると考えずに，仮想輻射場と入射波が相互作用をすると考える．つまり，仮想輻射場と入射波の位相関係によって例えば仮想輻射場が強められると，原子にその振動数の遷移が生起する確率が高くなり放出遷移が起きる．逆に弱められると吸収遷移が起きる．その代わり吸収と放出の遷移は別々な過程になり，その間に厳密な因果関係がなく統計的に吸収と放出のバランスがとられると考える．

BKS 論文にでてくる数式は唯一振動数条件だけで，あとはボーア独特の冗長な文章の羅列で正直理解が難しい．確かに相互作用のメカニズムを与えるものではあったが，あくまで一つの指針であり，これで具体的に問題が解けるような定量的な方法論を展開したわけではない．したがって厳密にはBKS「理論」とよぶほどのものではない．

しかし単に光量子の存在を否定するためだけに考えられたのではないことがわかる．相互作用について，原子過程に現われる“不連続性”（遷移過程）と通常の電気力学の持つ（電磁場の）“連続性”を，ボーアなりに「統合」しようとする試みであった．

BKS 論文についてアインシュタインからは，あらかじめ仮想輻射場が“交信”している状態を仮定するのは予定調和的ではないかという疑問が寄せられた．またちょうどボーアの所を訪れていたW・パウリからは，“交信している”という表現は漠然として具体性に欠けると皮肉られた．

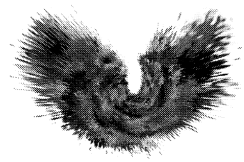
さらに決定的な否定材料が実験物理学者たちからもたらされた．もし電磁波の強度が遷移を確率的にしか決定しないのであれば，これをコンプトン効果の場合にあてはめてみると，反跳電子は散乱される光量子と同時に放出されると考える根拠がなくなるはずで，すべて確率的な議論になるはずだ．これを検証しようと，1925 年にW・ボーテとH・ガイガーが尖針計数管による実験を行った．少し遅れてA・H・コンプトンとA・W・サイモンらは霧箱を用いて同様の実験を行った．その結果，反跳電子と散乱光量子が同時に生起することが確認された．こうして，輻射エネルギーは実際に離散的な粒子と考えなければならないことと厳密な保存則が成り立つことが検証されたのだ．

この頃ボーアはさらに，BKS のアイディアを電子と原子の衝突現象に敷衍した論文を執筆していたが，実験で否定されたためにこの方面での研究を放棄する．そして光量子を認めるようになり，ミクロの世界では波動と粒子の二重性を認め，相補性原理への第一歩が始まるのである．

以上，BKS 論文にまつわる話を物語風に綴ったが，すべて当時の論文や書簡類（公刊，未公刊を含む）に基づいて再構成されている．

（こんの・ひろゆき，別府大学食物栄養科学部）

アインシュタインとの論争とコペンハーゲン解釈



大場　一郎

1. ドゥ・ブロイ波の提唱前後—光の粒子像と波動像を巡るアインシュタインの悩み

1905年と1906年の光量子についての2つの論文の後，1909年の2つの論文で，アインシュタインは平衡状態にある輻射場のエネルギー分散に不思議な様相のあることを指摘している[1,2]．その温度を T として輻射場の平均エネルギー $\langle E\rangle$ は，エネルギー分布関数を $\omega(E)$ として

$$\langle E\rangle=\frac{\int_0^\infty E\mathrm{e}^{-\beta E}\omega(E)dE}{\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\beta E}\omega(E)dE},\ \beta=\frac{1}{kT} \tag{1}$$

と書ける．(1) 式を β で微分すると，エネルギー分散の2乗に負号をつけたものになるので

$$(\Delta E)^2=-\frac{\partial\langle E\rangle}{\partial\beta}=kT^2\frac{\partial\langle E\rangle}{\partial T} \tag{2}$$

となる．ここで振動数が ν から $\nu+d\nu$ にある輻射の揺らぎを計算する．熱輻射中に微小体積 v をとり，この部分にある輻射を特殊壁で囲い，全ての輻射を遮断するが，ν から $\nu+d\nu$ にある輻射のみは自由に出入りできるとする．単位体積当りのエネルギースペクトル関数を $\rho(\nu,T)$ と書くと，この領域での平均エネルギーは $\langle E(\nu,T)\rangle=\rho v d\nu$ だから，エネルギー分散は

$$(\Delta E(\nu,T))^2=kT^2 v d\nu\frac{\partial\rho}{\partial T} \tag{3}$$

となる．この式にプランクのスペクトル関数 $\rho=\frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\cdot\frac{1}{\mathrm{e}^{h\nu/kT}-1}$ を代入すると，

$$(\Delta E)^2=\left(\rho h\nu+\frac{c^3\rho^2}{8\pi\nu^2}\right)v d\nu \tag{4}$$

を得る．ここで，この領域で振動数が $d\nu$ 間にある光量子の平均数を $n(\nu)$，その分散を $\Delta n(\nu)$ とすると，$\rho v d\nu=n(\nu)h\nu$ であり，数の分散は $\Delta n(\nu)=\frac{\Delta E}{h\nu}$ と書けよう．すると (4) 式は

$$(\Delta n(\nu))^2=n(\nu)+\frac{n(\nu)^2}{Z(\nu)} \tag{5}$$

となる．ここで $Z(\nu)$ は間隔 $d\nu$ あたりの状態数 $\frac{8\pi h\nu^3}{c^3}v d\nu$ である．右辺第1項は $\Delta n(\nu)\propto\sqrt{n(\nu)}$ であることを，第2項は**レーリー・ジーンズの分布式**からも出るが，$\Delta n(\nu)\propto n(\nu)$ であることを示す．一般に物理量の分散が物理量の平均の平方根/1次に比例するときは，母集団の構成要素がランダム/コヒーレントな相関，つまり粒子性/波動性を持っている．すなわち**プランクの分布**は輻射場が波動性のみでなく，第1項で特徴付けられる粒子性も兼ね備えていることを明示していたのである．このことからアインシュタインは当時の輻射の理論の基礎は破棄すべきでなく，次の発展段階では波動と粒子放出を混合したものとして解釈できるようになり，波動的構造と量子的構造は互いに両立できないものとは考えるべきでないとした．ここでレーリー・ジーンズの分布式との関係は対応原理に沿うものであるが，粒子性と波動性の融合は，後でボーアとの論争の的となる相補性原理に関わっていたのである．

この段階でアインシュタインは光量子を，空間を自由に飛びまわり，エネルギー $h\nu$ の殆ど広がりのない輻射と考えていた．粒子としての光子としたのは，光電効果の提案から12年後の1917年，輻射の誘導放出・吸収，自発放出過程で，輻射が完全に指向性を持たなければならないこと（針状輻射）を発見してからである[3]．これが実証されるのは，コンプトン[4]とデバイ[5]が独立に静止電子による光子の散乱現象で，相対論的エネルギー・運動量保存則が成立していること（**コンプトン効果**）を示し，コンプトンが論文[4]でその

保存則から予言される散乱前後の光子（X 線）の波長のずれを実験で確認する 1923 年までまたねばならなかった．

この年にはさらに大きな飛躍があった．第 1 次世界大戦後，戦役を終えて 1919 年，研究生活に戻っていたドゥ・ブロイが**アインシュタインの関係式** $E = h\nu$ は光子のみならず電子にも成立するとし，さらに電子に付随した波を与えた[6]．そして，電子波の波長に比べ小さな開口部を通過する電子の流れは，回折現象を示す筈であり，このことから彼の仮説が実証されるとした[7]．彼はこの**物質波**の論文を学位論文としてまとめ，3 部のタイプコピーをとった．1 部は学位審査のためランジュバンに，1 部はランジュバンを介してアインシュタインに渡った．そのためアインシュタインは 1924 年春にはドゥ・ブロイの仕事を知っていたらしい．1925 年 1 月，プロシアの科学アカデミー会報に投稿した論文で，アインシュタインは再びエネルギーの揺らぎの問題に立ち返り，非相対論的気体分子のエネルギーから振動数 ν を $h\nu = E = \frac{p^2}{2m}$ で定義し，状態数を $Z = \frac{2\pi}{h^3}v(2m)^{3/2}E^{1/2}dE$ とすると，揺らぎの関係式 (5) が量子気体でも成立することを見出している．彼は，第 1 項は粒子性の現れで当然としても，輻射の場合第 2 項は波動に関係していたので，気体の場合もこの項を同様に解釈すべきとした．そしてドゥ・ブロイの学位論文に注目し，気体分子にもドゥ・ブロイ型の波動場が付随するとすれば，(5) 式の第 2 項が解釈できるとしたのであった．

2. 量子力学の誕生と二つの流れ

新たな動きは当時量子論研究の中心地から離れたところから始まった．**ハイゼンベルク**はミュンヘン大学のゾンマーフェルドの下で学部生として学んでいたが，1922 年，ゲッチンゲン大学で行われたボーアの講演に参加し，彼の知遇を得た．学位取得後，ミュンヘン大学からゲッチンゲン大学に移り，ボルンの下でコペンハーゲンとの間を行き来しながら量子論の研究に没頭していた．ハイゼンベルクは電子が原子核の周りを周回運動をしているというボーア模型に違和感を持ち，原子内の電子軌道を時間の関数として表すことは不可能のように思えた．しかし電子は光子を放出・吸収し，そのスペクトルは実験的に観測できる．その光に関する観測量で，電子の位置情報を記述できないかと考えた．1925 年，枯れ草熱（花粉症）の静養のため，ヘリゴラン（Heligoland）島に旅行したが，旅行を始めて数日後，大きな進展があった．古典的にはある運動モード n の軌跡 $x_n(t)$ はフーリエ級数で $x_n(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_n \exp(-\mathrm{i}\cdot k\omega(n)t)$ と展開できる．しかし量子論では量子数 m 状態から n 状態に遷移する電子の位置の期待値 $x_{nm}(t)$ が観測量である．そこでハイゼンベルクは粒子の状態を表す量としてフーリエ級数のセット $\{x_{nm}\exp(-\mathrm{i}(n-m)\omega t)\}$ を対応させた．ここには状態間のエネルギー差 $E_m - E_n = (m-n)\omega\hbar$ が表れているが，これは遷移によって放出・吸収される光子のエネルギーである．そして，物理量 A, B の展開係数 A_{nk}, B_{km} の積を

$$(A(t)B(t))_{nm} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_{nk}B_{km}\exp(-\mathrm{i}(m-n)\omega t)$$

とした．この定義に従うと物理量はそれらの積が非可換となり，新奇な代数規則を満たさねばならないが，作用量による量子化は明白に定義でき，物理量に対する時間発展は古典的運動方程式と同形となること（**ハイゼンベルク方程式**）が分かった．例えば，要素の時間微分は $\dot{x}_{nm}(t) = -\mathrm{i}\frac{(E_m - E_n)}{\hbar}x_{nm}(t) = \frac{\mathrm{i}}{\hbar}(Hx - xH)_{nm}$，行列表示すれば $\dot{x} = \frac{\mathrm{i}}{\hbar}(Hx - xH) = \frac{\mathrm{i}}{\hbar}[H, x]$ である．量子力学の誕生であり，論文は 1925 年 7 月 29 日に受理された[8]．

ゲッチンゲンに戻りボルンに報告したところ，ボルンは直ちにハイゼンベルクの発見した規則は行列代数であることが分かった．3 カ月にわたる集中的な研究で，ボルン，ハイゼンベルクと彼らの共同研究者であったヨルダン，そしてケンブリッジのディラックたちはハイゼンベルクのアイディアに基づき，量子力学の行列による定式化である**行列力学**を完成させた[9~11]．

一方，運動する粒子についてのドゥ・ブロイ–アインシュタインの波動理論を真剣に考察したのは，チューリッヒにいた**シュレーディンガー**であった．振る舞いが因果的で，かつ理解でき，客観的に存在する波動という仮説に立って，彼は物質波の時空発展を記述する枠組みである**シュレーディンガー方程式**，$\nabla^2\psi(x,y,z) + \frac{8\pi^2 m}{h^2}[E - U(x,y,z)]\psi(x,y,z) = 0$ を得た．この論文は 1925 年 12 月 25 日に受理され，ここに**波動力学**としての量子力学が誕生した[12]．第 2 論文では水素原子を彼の方程式で扱い，ボーアの原子スペクトルを方程式の固有値として与えた[13]．

こうしてコペンハーゲン–ゲッチンゲン グループの

どちらかといえば粒子的描像の濃い行列力学とドゥ・ブロイ–アインシュタインの流れを汲む波動的描像の波動力学として，量子力学はほぼ同時期に並立して誕生した．

一見全く異なるように見られた2つの枠組みも，1926年3月にはシュレーディンガーによって同等であることが証明され，12月にはディラックとヨルダンが独立に**変換理論**を提出し，量子力学を理論的に基礎付けた．このように量子論は長い間の低迷期を過ぎ，僅か2年弱の間に量子力学として一気に花開いたが，その主要な担い手は当時の若い研究者たちであり，アインシュタインもボーアもこの時期には目立った働きをしていない．アインシュタインはハイゼンベルク–ボルンの概念には疑念を持っていたものの，自分の仕事と科学的な繋がりのあるシュレーディンガーの波動力学には肯定的であった．シュレーディンガーは当初彼の波動関数は電子の電荷密度波を表すと考えていた．しかし1926年6月，**ボルン**が波動関数の振幅の絶対値2乗は確率密度とすべきであるという**確率解釈**を提出すると[14] 状況は変わった．この概念は古典的な意味での因果律の放棄を迫るものであり，アインシュタインにとって到底受け入れがたく，「神はサイコロ遊びをなさらない」と言わしめることになった[15]．一方，ボーアはこの間コペンハーゲンを頻繁に訪れる多くの若手研究者たちと，特に量子力学の解釈について厳しい議論を重ねていた．その結果，ボーアは完成したばかりの量子力学から最も有力な認識論的な帰結を導き出したのであった．ハイゼンベルクと彼の発見した**不確定性原理**についての議論もその中の一つであった．ハイゼンベルクは粒子描像に立って，不確定性原理が古典的概念である位置と運動量がミクロ粒子に適用できる限界を与えるものとみていた．しかしボーアはその原理の重要性は認めたものの，粒子描像に偏りすぎているとして同意しなかったが，かなり激しい議論の後，後述するような意味で不確定性関係は**相補性原理**に含まれるとして了解された．

3. 相補性原理の提唱とコペンハーゲン解釈

1927年9月，コモ出身であったヴォルタの没後100年を記念して，北イタリアのコモ湖畔で開かれた物理学国際会議でボーアが初めて相補性原理を明確な形で述べた[16]．ただ，アインシュタインは出席していない．当時イタリアで権力を握っていたムッソリーニがこの会議をファッシズムの宣伝に利用していたのであった．会議でボーアはおおよそ次のように説明した．量子論の本質はプランクの作用量子 h に象徴される量子仮説であり，ミクロ現象は不連続性を持つ．古典論では，対象とする現象を測定することによって及ぼされる擾乱が，感知できる程までは大きくなることはなく観測できるという了解の下で，現象を記述していた．これに従えば，ある物理系の状態を定義するにはあらゆる擾乱を避けなければならない．しかしミクロ系では量子仮説によりいかなる測定も対象系に擾乱を与えるので，結局，測定不可能となり，時間空間の記述も不可能になる．つまり，古典論では時空記述と因果性の要請が一体となっているのが特徴であるが，量子論ではまさにその本質によってそれらの片方を測定することが，もう一方を同時に正確に測定することを妨げるよう，相補的になっているのである．2つの概念は，測定と定義という点では理想化されたものだが，互いに相補的である．このような相補性原理は，時空記述と因果性，波動と粒子などの概念の間のほか，位置と運動量，エネルギーと時間などの物理量の間にも適用されるとした．例えば空間的にほぼ $x-\frac{\Delta x}{2}$ から $x+\frac{\Delta x}{2}$ の間に局所化されている波数 k_x の波動はその波数近傍の平面波の重ねあわせから作られる波束である．いま波数 k_x と k'_x の2つの平面波が x の位置で同位相となって進行していたとする．そのとき x と $x\pm\frac{\Delta x}{2}$ 間の位相差はそれぞれ $\frac{\Delta x}{2}k_x$ と $\frac{\Delta x}{2}k'_x$ である．2つの平面波が領域 $(x-\frac{\Delta x}{2}, x+\frac{\Delta x}{2})$ で振幅を強めあうには少なくとも両端で逆位相で打ち消しあっていればよいから，$\frac{\Delta x}{2}(k'_x-k_x)=\pi(2n+1)$，$n=0,1,2,\cdots$ となる．$\hbar(k'_x-k_x)=\hbar\Delta k_x=\Delta p_x$ と書けば $\Delta x\cdot\Delta p_x=(2n+1)h$ である．したがってこれらの要件を満たすあらゆる平面波の集合では $\Delta x\cdot\Delta p_x\geq h$ となる．y と z 成分についても同様であり，不確定性関係が得られる．このように相補性原理に基づく波動関数の確率解釈を量子力学の**コペンハーゲン解釈**という．

4. アインシュタインのコペンハーゲン解釈批判とボーアの反論

コモ会議から1カ月後の1927年10月，ベルギーのブラッセルで第5回ソルヴェイ会議が開かれた．アインシュタインはこの会議でコペンハーゲン解釈を批判し，次の1930年の第6回会議，そして渡米後，1935

年に出版した**EPR 論文**へと続くボーアとの長い論争を始めることになる．その論争は会議のプログラムに組み込まれた講演とそれについての質疑応答という形はとらなかった．会議初日のボーアの講演に対してアインシュタインは決定論を壊す試みとして，量子力学を強く退けた．出席者は全員同じホテルに滞在しており，翌日の朝食の時，アインシュタインは量子力学を矛盾に導くと思える巧妙に考えた反例を提示した．同席していたパウリやハイゼンベルクはそれほど注意を払わなかったが，ボーアは注意深く考え，夕食の席でアインシュタインの批判の欠陥を指摘して反論したのであった．するとアインシュタインはさらに巧妙に考え，別の反例を提示し，ボーアはまたそれを反論するということが繰り返された．ここではそれらのうち，特に重要な 4 つの例を取り上げる．ただし，文章はアインシュタイン，ボーアの言葉通りでなく，その意が伝わるようにした．ボーアによる説明は文献 16) に詳しい．

● 1 つの穴による電子（または光子）の回折

アインシュタインの批判：穴を通った電子はスクリーン上に回折パターンを作る．スクリーン上の異なる 2 点を A, B とする．いま，ある特定の電子を A 点で観測すれば，直ちにその電子は B に到達していないことが分かる．ガイガー–ボーテのコンプトン散乱の実験によれば，個々の事象の同時発生についての観測精度は原理的に無制限なので，A と B 間に瞬間的遠距離作用が働くことになり，特殊相対論に矛盾する．

ボーアの反論：量子力学ではスクリーン上のある点に電子が到達する確率は予言できるが，個々の電子の最終的位置は正確には予言できない．量子測定には不確定性が伴う．スクリーン上に Δx の精度で位置を定めるとすると，その方向の運動量の不確定量 Δp_x は不確定性関係から，$\Delta p_x \geq \frac{h}{\Delta x}$ となり，同様に時刻を Δt の精度で定めようとすると，エネルギーは $\Delta E \geq \frac{h}{\Delta t}$ の不確定性を持つ．ガイガー–ボーテの実験は位置と時間を正確に決めている代わりに運動量とエネルギーについての情報量を得ることを断念しているので，量子力学と矛盾してない．

● 2 重スリットによる電子（または光子）の干渉

アインシュタインの批判：電子線を絞るスリット A を持つ障壁 I と電子の到着を記録するスクリーン S の間に A に平行な 2 本のスリット B と C を持つ障壁 II を挿入した装置を考える（図 1）．障壁 I の左側から平面波の電子ビームが入射し，A を通過した後，B と C を通ったビームは S に到着し，縞模様の干渉パターンを記録しよう．いま，ある電子が B を通過したとする．そのとき奇妙なことに，C が空いているだけで，その電子はスクリーンの縞模様の黒い線のところには到達できないことになる．

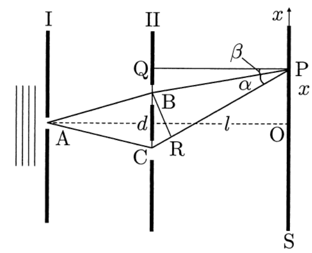


図 1

ボーアの反論：この見かけ上のパラドックスは次のように解釈すれば解決できる．スクリーンに到達した電子の運動量を測定し，B から C への運動量成分を持っていればスリット B を，C から B ならばスリット C を通っていたことになる．問題はスクリーン上で，電子が B，あるいは C のどちらを通過したかが識別できる誤差より良い精度での運動量測定が可能か否かである．2 つのスリット B, C 間の距離を d，障壁 II とスクリーン S 間の距離を l とすると，干渉パターンが生じるには $l \gg d$ である．S 上に，B と C に垂直方向，C から B に向けて x 軸をとり，その原点 O を B と C の中点から立てた垂線との交点にとる．S 上の任意の座標 x の点 P において電子が S に与える運動量を評価する．A から放出後，B と C から伝播した素元波はそれぞれの進行方向に入射平面波と同じ大きさ p の運動量を持っている．P からスリット間隔 $\overline{\mathrm{BC}}$ を見込む角を α とすると，$l \gg (d, x)$ だから $\alpha \simeq \frac{d}{l}$ である．スリット B, C からきた電子が識別できるには x 方向の運動量の誤差による角度の開きがこの値より小さくなる必要から，$\frac{\Delta p_x}{p} < \alpha$，つまり $\Delta p_x < p\frac{d}{l}$ となる．したがって運動量の測定から，通過スリットが識別できるには不確定性原理から点 P の位置の決定に

$$\Delta x_p > \frac{h}{\Delta p_x} > \frac{hl}{pd} \tag{6}$$

の不確定さをもたらす．次に P 点の位置の測定に現れる不確定性を評価する．そのためには位置の不確定さ Δx_x は干渉パターンの縞の間隔よりも小さくなる必要がある．図 1 で点 R を $\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{RP}}$ となるようにとると，経路 ABP と ACP の差は $\overline{\mathrm{CR}}$ となる．$\triangle$BPR は二等辺三角形，$\triangle$BQP は直角三角形，なので，

∠CBR= $\frac{\alpha}{2}+\beta$, ∠CRB= $\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{2}$ となる．ここで三角形の正弦定理を使うと $\frac{\sin(\frac{\alpha}{2}+\beta)}{\overline{\mathrm{CR}}} = \frac{\sin(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{2})}{d}$ が成立し，微小角 α の値と $\beta = \frac{x-\frac{d}{2}}{l}$ を代入すると $\overline{\mathrm{CR}} = x\frac{d}{l}$ を得る．これからパターンの暗線は $x = (n+\frac{1}{2})\lambda\frac{l}{d}$ の位置に現れ，隣り合う暗線との間隔は $\lambda\frac{l}{d}$ となる．したがって位置がはっきりと決められる不確定さの限界は

$$\Delta x_x < \lambda\frac{l}{d} = \frac{hl}{pd} \tag{7}$$

となる．(6) と (7) は互いに矛盾しており，運動量の測定から通過スリットを識別しようとすると，干渉パターンが消滅してしまう．

• 光子箱による質量測定

これは 1930 年の第 6 回ソルヴェイ会議で持ち出された．

アインシュタインの批判： 側面に一つの穴が開けられた箱を考える．穴にはシャッターがつけられ，その開閉は内部に置かれた時計で制御されている．その箱はある輻射で満たされ，重力場に置かれている．まず箱の重さを計る．次いで光子 1 個だけがすり抜けられるくらいの短時間だけシャッターを空ける．そしてしばらくしてから再び重さを計る．この結果，原理的には光子のエネルギーと通過に要した時間が測定できることになり，不確定性原理に矛盾する．

ボーアの反論： 光子箱を弦巻バネで吊るし，その質量を M とする．箱に固定した指針の読みで光子箱の質量の減少嵩 δM，つまり光子のエネルギー $E = \delta Mc^2$ を測定しよう．この読みは無制限に正確にすることはできない．もし可能なら不確定性原理から，箱の運動量の不確定さが無限大となり，この装置自体が非現実的なものとなってしまうからである．鉛直，上向きに x 軸をとり，読み x の不確定さを Δx とすると，質量の測定値は不確定となるが，その対応する値を ΔM とする．重力ポテンシャルは $\phi(x) = gx + \mathrm{const.}$ だから，読みの測定に時間 T だけかかったとすると，箱の受けた力積から，箱の運動量の不確定さは $\Delta p_x = g\Delta MT$ となる．両辺に Δx を掛け，不確定性関係を使えば，

$$h < g\Delta x\Delta MT = (\phi(x+\Delta x) - \phi(x))\Delta MT \tag{8}$$

となる．ここで注意しなければならないのは箱の中の時計の時間の刻みである．時計は重力場の中を上下に運動している．一方で一般相対性理論はポテンシャルが異なる地点では時計の進み方が異なることを教えている．位置 x と $x+\Delta x$ における時間を T と T' と書くと，それは $T' - T = \frac{\phi(x+\Delta x)-\phi(x)}{c^2}T$ となる．この左辺は時計の示す時間の不確定さなので $T' - T = \Delta T$ と書けば，(8) 式は

$$\Delta Mc^2\Delta T = \Delta E\Delta T > h \tag{9}$$

となり，この装置による質量測定と時間測定は不確定性関係を逃れられない．

• EPR 論文

アインシュタインたちは「**物理的実在**についての量子力学的記述は完全であり得るか？」という表題で EPR 論文を発表したが[17)]，その 2 カ月後，ボーアは同じジャーナル，Phys. Rev. 誌に全く同じ表題で反論を投稿している[18)]．

<u>E</u>instein–<u>P</u>odolsky–<u>R</u>ozen による批判： 物理的実在を「系をなんら擾乱せずに，ある物理量の値を確実に（つまり確率 1 で）予言できれば，この物理量に対応する物理的実在の要素が存在する.」で定義しよう．この例として，系 1 と系 2 があり，それらは時間 $t = 0$ から $t = T$ 間で相互作用し，その後はなんら相互作用しないものとしよう．さらに $t < 0$ では 2 つの系の状態は既知であったとする．そのとき，$t > 0$ の合成系 1+2 の状態はシュレーディンガー方程式により計算できる．そこで特に相互作用後の $t > T$ における状態関数を $\Psi(x_1, x_2)$ としよう．ここで x_i は系 i を記述する変数である．いま系 1 のある 2 つの物理量演算子を A, B，その固有関数と固有値をそれぞれ $(u_n(x_1), a_n), (v_s(x_1), b_s)$ とする．このとき，$\Psi(x_1, x_2)$ は完全系 $\{u_n(x_1)\}$ あるいは $\{v_s(x_1)\}$ で展開できる．その展開係数を $\psi_n(x_2)$, $\varphi_s(x_2)$ とすると

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x_2)u_n(x_1) \tag{10}$$

$$= \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_2)v_s(x_1) \tag{11}$$

と書ける．ここで A を測定して，固有値 a_k を得たとすると，(10) 式から状態は $\psi_k(x_2)u_k(x_1)$ に，B を測定して固有値 b_r を得たとすると，(11) 式から状態は $\varphi_r(x_2)v_r(x_1)$ に収縮していることが分かる．したがって，系 1 に対して 2 つの異なる測定をすると，系 2 は 2 つの異なる関数を持つ状態になる．2 つの系は $t > T$ では相互作用していないのだから，これらの操作は系 2 に対していかなる変化も生じさせることはな

い．したがって T 以降の系 2 という同一の実在に対して 2 つの異なる波動関数を対応させることができる．ここで ψ_k と φ_r を非可換な物理量 P, Q の固有関数とし，系 1，系 2 は粒子 1，粒子 2 としよう．全体の波動関数が

$$\Psi = \frac{1}{2\pi\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{\mathrm{i}(x_0-x_2)p'/\hbar}\mathrm{e}^{\mathrm{i}x_1p'/\hbar}dp' \quad (12)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x'-x_2+x_0)\delta(x'-x_1)dx' \quad (13)$$

である場合，$A = \hat{p}_1 = -\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial x_1}$, $B = \hat{x}_1; u_{p'}(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}x_1p'/\hbar}$, $v_{x'}(x_1) = \delta(x'-x_1); \psi_{p'}(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(x_0-x_2)p'/\hbar}$, $\varphi_{x'}(x_2) = \delta(x'-x_2+x_0)$ となる．ここで粒子 1 で A を測定して固有値 p を得れば，状態は $\psi_p(x_2)u_p(x_1)$ に，B を測定して固有値 x を得れば $\varphi_x(x_2)v_x(x_1)$ に収縮している．ここで粒子 2 の物理量を非可換な $P = -\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial x_2}$, $Q = x_2$ と選べば，それぞれ粒子 2 の波動関数は固有値 $-p, x+x_0$ を持つ．したがって，系 1 で A 或いは B を測定して，確率 1 で系 2 をなんら乱すことなく，互いに非可換な物理量 P 或いは Q の値を予言できることになる．すなわち量子力学は相互作用した後の系 2 の P と Q という 2 つの非可換物理量が同時に実在していることを表しており，量子力学は物理的実在の完全な記述を与えるものではない．

ボーアの反論：EPR の波動関数は，(12) と (13) の表示から分かるように可換な演算子 $-\mathrm{i}\hbar(\frac{\partial}{\partial x_2}+\frac{\partial}{\partial x_1})$ と (x_2-x_1) の同時固有値関数で，固有値はそれぞれ $0, x_0$ である．したがって，粒子 1 の運動量を測定すれば粒子 2 の運動量が，位置を測定すれば粒子 2 の位置が自動的に任意の精度で決定されるであろう．どちらを決めるかは自由に選べるので，まず p_1 を測定しよう．確かに p_2 は決まるが，この測定により排他的な x_1 が不確定となり，結果的には x_2 を決定できなくなる．逆に x_1 を測定すると，x_2 は決まるが，p_1 が不確定となり，p_2 が決定できない．このように EPR 論文の「系をなんら擾乱せずに」という表現には曖昧いさが含まれており，粒子 1 で用意された実験条件は，将来予定されている実験に影響を与えているのである．したがって EPR の主張する物理的実在に対する基準は採用しえない．

ボーアは戦争をはさんで戦後にも続いたアインシュタインとの論争を通じて量子力学の認識論を深めていき，彼の見解は殆ど全ての物理学者の認めるところとなった．そしてその問題の本質はアインシュタインが主張する量子力学の不可思議な**非局所的相関**であることに集約された．1964 年，ベルは局所因果性を仮定すると，物理理論とは無関係に，離れた事象間の相関には上限があることを証明し，相関関数に関する**ベルの不等式**を得た[19]．1982 年，アスペは励起カルシウム原子から放出された光子対の偏光状態についての相関関数がベルの不等式を破っていることを示した[20]．この実験により，量子系にはアインシュタインの非局所的相関のあることが証明されたのであった．この相関はシュレーデンガーが呼んだ“**エンタングルメント**”（entanglement）に関係し[21]，量子情報，量子計算分野の基本概念となっている．

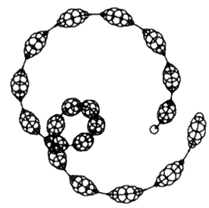
参考文献

1) A. Einstein, *Phys. Zeitschr.* **10**, 185 (1909).
2) A. Einstein, *Phys. Zeitschr.* **10**, 817 (1909).
3) A. Einstein, *Phys. Zeitschr.* **18**, 121 (1917).
4) A.H. Compton, *Phys. Rev.* **21**, 483 (1923).
5) F. Debye, *Phys. Zeitschr.* **24**, 161 (1923).
6) L. de Broglie, *C.R. Acad. Sci. Paris* **177**, 507 (1923).
7) L. de Broglie, *C.R. Acad. Sci. Paris* **177**, 548 (1923).
8) W. Heisenberg, *Zeitschr. f. Phys.* **33**, 879 (1925).
9) M. Born and P. Jordan, *Zeitschr. f. Phys.* **34**, 858 (1925).
10) M. Born, W. Heisenberg and P. Jordan, *Zeitschr. f. Phys.* **35**, 557 (1925).
11) P.A.M. Dirac, *Proc. Roy. Soc. A* **109**, 642 (1925).
12) E. Schrödinger, *Phys. Zeitschr.* **27**, 95 (1926).
13) E. Schrödinger, *Annalen d. Phys.* **79**, 734 (1926).
14) M. Born, *Zeitschr. f. Phys.* **32**, 863 (1926).
15) A. Einstein, letter to M. Born, Dec. 4,1926, The Born-Einstein Letters, p.90;『アインシュタイン・ボルン往復書簡集』西義之・井上修一・横谷文孝訳，三修社，1976.
16) 相補性については本特集の「相補性原理と対応原理」の項に詳しい．相補性をめぐるアインシュタインとの論争についての文献は多くが会議録や講演である．それらの多くは岩波文庫『ニールス・ボーア論文集 1 因果性と相補性』，山本義隆編訳，1999，に収められている．
17) A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rozen, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).
18) N. Bohr, *Phys. Rev.* **48**, 696 (1935).
19) J.S. Bell, *Physics* **1**, 195 (1964); *Rev. Mod. Phys.* **38**, 447 (1966).
20) A. Aspect, J. Dalibard, and J. Roger, *Phys. Rev. Letters* **49**, 1804 (1982).
21) E. Schrödinger, *Proc. Camb. Phil. Soc.* **31**, 555 (1935).

（おおば・いちろう，早稲田大学名誉教授）

電磁場の観測の理論

ランダウ–パイエルスからボーア–ローゼンフェルトまで



岡 村　浩

1. はじめに

量子力学によって粒子の軌道という概念は意味を失った．それでは電磁場の概念はどうか．相対論的量子力学では電磁場の概念は意味を失う，量子力学は適用できない，というのがランダウとパイエルスの主張であった（**第2節**）．それに対してボーアとローゼンフェルトは反撃した．電磁場の各成分の交換関係が対応する不確定性を生み出すことを，巧妙な思考実験によって示した（**第3節**）*1)．

2. 相対論的量子力学の成立と観測の問題 ——ランダウとパイエルスの問題提起

（非相対論的）量子力学がハイゼンベルク，シュレーディンガーによってできた後，ボルンの確率解釈に続いて，ハイゼンベルクの不確定性原理，ボーアの相補性原理と，コペンハーゲン学派による考え方が提出され，物理学者に浸透していった．

相対論的量子力学については，ディラックの相対論的電子の方程式，ハイゼンベルクとパウリの電磁場の量子化によってその骨格ができた．電磁場の成分の交換関係は1928年にヨルダンとパウリによって与えられた．

しかし，相対論的量子力学にはいくつかの困難があった．第一に，ディラック方程式には負のエネルギーの解があった．ディラックは空孔理論を提唱したが，当初負のエネルギーの解を陽子と見なしたこともあり，混乱を生じていた．第二に電子が自分の周りに光子を放出しそれを吸収することによってエネルギーの増加を起こすが，その値が無限大になるという困難があった．

1930年，ボーアの研究所に滞在したランダウとパイエルスは相対論的な量子力学では電磁場の観測が不可能であり，したがって現状の相対論的量子力学は適用限界を超えているという主張を行なった．ボーアはこの意見には反対で，相対論的量子力学は，困難はあるにせよ，守られるべきだと考えた．ランダウと話したボーアは，彼らの議論に誤りを見つけたと思い，LPの論文を公表しないか，少なくとも訂正して公表することを求めたが，LPはパウリの応援も得て1931年の初めに論文「相対論的量子論への不確定性原理の拡張」[1)]を発表した．

この論文ではエネルギーの値の不確定度 ΔE と時間の不確定度 Δt の関係

$$\Delta E \Delta t > \hbar \tag{2.1}$$

がポイントになる．

この式は観測の前後でエネルギーに予測できないずれの生じることを表している．観測される系の，観測前のエネルギーを E，観測後のエネルギーを E' とし，観測装置の観測前のエネルギーを ε，観測後のエネルギーを ε' とすると，エネルギーの保

*1) 以下ランダウとパイエルスをLP，ボーアとローゼンフェルトをBRと略記する．

存則は $E+\varepsilon=E'+\varepsilon'$ であるが，実際は $\frac{\hbar}{\Delta t}$ 程度のずれがある．最も理想的に考えて**巨視的物体**の $\varepsilon, \varepsilon'$ が正確に測れるとすると $\Delta(E-E') > \frac{\hbar}{\Delta t}$ となる．

平面の鏡と衝突させて運動量を測定しよう．運動量の保存則は成り立つとする．エネルギーと同様に，観測される系の，観測の前後の運動量を $\boldsymbol{P}, \boldsymbol{P}'$，観測装置の観測の前後の運動量を $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}'$ と定義すると $\boldsymbol{P}+\boldsymbol{p}-\boldsymbol{P}'-\boldsymbol{p}'=\boldsymbol{0}$ も成り立つ．$\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}'$ も正確に測れるとすると，$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}'$ であるから $\Delta\boldsymbol{P} = \Delta\boldsymbol{P}'$ である．

$\Delta E = v\Delta P$ であるので*2)

$$(v'-v)\Delta P\Delta t > \hbar \tag{2.2}$$

が成り立つ．但し v, v' は観測される粒子の衝突前，衝突後の速度であり，P は観測される粒子の運動量である．したがって，観測によって運動量は変化する．

相対論的な場合，$v'-v$ は光速 c を超えないから式 (2.2) より

$$\Delta P\Delta t > \frac{\hbar}{c}, \quad ゆえに \quad \Delta P > \frac{\hbar}{c\Delta t} \tag{2.3}$$

である．Δt が大きければ良いが小さければ右辺は大きな値となり，運動量の値は決まらなくなる．

LP は輻射減衰についても考える．荷電粒子の場合は輻射減衰で $\frac{e^2}{c^3}\int \dot{v}^2 dt$ のエネルギーを失う*3)．e は荷電粒子の電荷である．

加速度が一定であるときが最も減衰が少ないと考えられる．$\dot{v}=\frac{v'-v}{\Delta t}$ となり，

$$(v'-v)\Delta P > \frac{e^2}{c^3}\left(\frac{v'-v}{\Delta t}\right)^2 \Delta t = \frac{e^2}{c^3}\frac{(v'-v)^2}{\Delta t},$$

$$\Delta P\Delta t > \frac{e^2}{c^3}(v-v'). \tag{2.4}$$

電子の場合は $v'-v=c$ という場合でも $\Delta P\Delta t > \frac{e^2}{c^2} = \frac{\hbar}{c}\frac{e^2}{\hbar c}$ であり，$\frac{e^2}{\hbar c} \sim \frac{1}{137}$ なので式 (2.4) の条件は式 (2.3) の条件より弱い．

巨視的物体については式 (2.2) と式 (2.4) の第 2 式の積によって $v'-v$ が消去できて

$$\Delta P\Delta t > \frac{\hbar}{c}\sqrt{\frac{e^2}{\hbar c}} \tag{2.5}$$

となる．後でこの式を使う*4)．

電場を観測するには試験電荷の加速度を測る．質量が大きく速度が小さいとする．まず磁場のない場合を考える．前後の運動量の変化を ΔP とする．電場を $\mathcal{E}$，その不確定度を $\Delta\mathcal{E}$ とすると

$$e\Delta\mathcal{E} > \frac{\Delta P}{\Delta t} \tag{2.6}$$

となり，式 (2.5) と合わせて

$$\Delta\mathcal{E} > \frac{\sqrt{\hbar c}}{(c\Delta t)^2} \tag{2.7}$$

となる．磁場の場合も磁針の運動を考え，磁場を $\mathcal{H}$，その不確定度を $\Delta\mathcal{H}$ とすると同様に

$$\Delta\mathcal{H} > \frac{\sqrt{\hbar c}}{(c\Delta t)^2} \tag{2.8}$$

が得られる*5)．式 (2.7) と式 (2.8) の積は

$$\Delta\mathcal{E}\Delta\mathcal{H} > \frac{\hbar c}{(c\Delta t)^4} \tag{2.9}$$

である．磁場と電場を両方観測するときにはさらに試験電荷による磁場の影響を考えて*6)

$$\Delta\mathcal{H} > \frac{e}{(\Delta l)^2}\cdot\frac{v'}{c} \tag{2.10}$$

となる．ここで，式 (2.2), (2.6), (2.10) の積をとると $\Delta P, e$ が消去できる．さらに，$v=0$ とすると v' も消えて

$$\Delta\mathcal{E}\Delta\mathcal{H} > \frac{\hbar c}{(c\Delta t)^2}\cdot\frac{1}{(\Delta l)^2} \tag{2.11}$$

が得られる．

$\Delta t = \infty$ なら観測はいくらでも正確にできるが，Δt が小さければそうは行かない．物理量が定義できなければ理論そのものが破綻していると主張したのである．

---

*2) $E=\frac{P^2}{2m}, P=mv$ の場合は簡単である．相対論で $E=c\sqrt{P^2+m^2c^2}, P=\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ の場合でも成り立つ．

*3) この論文で使われている cgs ガウス単位系ではクーロンの法則の係数が 1 である．数係数 $\frac{2}{3}$ は省略してある．

*4) $\frac{v'-v}{c}=\sqrt{\frac{e^2}{\hbar c}}$ としたことに相当する．

*5) cgs ガウス単位系では $\frac{1}{c}(ev\Delta\mathcal{H}) > \frac{\Delta P}{\Delta t}$ となる．

*6) ビオ–サヴァールの法則，Δl は試験電荷と磁針の距離．

3. ボーアとローゼンフェルトの奮闘

(i) これに対してボーアはすぐには反論できなかったが，LP の議論はいい加減で誤解に基づいていると思った．クラインの代わりに新しくやってきたローゼンフェルト*7)から教わって本格的に検討した[2,3]．随分と手間取ったが*8)，1933 年に論文「電磁場の量の観測可能性の問題について」を発表した[4]．

(ii) ヨルダン–パウリによって点電荷の場合の交換関係が相対論的に整理された形で計算してある[5)*9)]．紙面の関係で以下一連の関係のうち電場の x 成分どうしの交換関係だけ紹介する．

$$[\mathcal{E}_x^{(1)}, \mathcal{E}_x^{(2)}] = i\hbar(A_{xx}^{(12)} - A_{xx}^{(21)}), \qquad (3.1)$$

但し

$$A_{xx}^{(12)} = -\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t_1 \partial t_2}\right) \times \left\{\frac{1}{r}\delta\left(t_2 - t_1 - \frac{r}{c}\right)\right\} \qquad (3.2)$$

である*10)．

LP は点電荷を考えたがこれがまず間違いである．電磁場の各成分は，空間的にも時間的にも広がった領域で平均して定義する．原子の大きさに比べて十分な拡がりがあり，その領域の中では電磁場の値がほぼ一定であると考える*11)．

例えば電場の x 成分 $\mathcal{E}_x$ は，一定の有限の領域を考えてその中の**平均**，すなわち

$$\bar{\mathcal{E}}_x^{(G)} = \frac{1}{VT}\int_T dt \int_V \mathcal{E}_x dv \qquad (3.3)$$

を考える．但し G は時空の領域 VT を示す．

平均して定義した場合の交換関係も積分を含む式で求めることができる．領域 I, II について

$$[\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{I})}, \bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{II})}] = i\hbar(A_{xx}^{(\mathrm{I,II})} - A_{xx}^{(\mathrm{II,I})}), \qquad (3.4)$$

但し領域 I と領域 II の体積は $V_{\mathrm{I}}, V_{\mathrm{II}}$，期間は $T_{\mathrm{I}}, T_{\mathrm{II}}$ である．また，

$$\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} = \frac{1}{V_{\mathrm{I}} V_{\mathrm{II}} T_{\mathrm{I}} T_{\mathrm{II}}} \times \int_{T_{\mathrm{I}}} dt_1 \int_{T_{\mathrm{II}}} dt_2 \int_{V_{\mathrm{I}}} dv_1 \int_{V_{\mathrm{II}}} dv_2 A_{xx}^{(12)}. \qquad (3.5)$$

一方，量子力学では不確定性関係

$$\Delta p \Delta q \sim \hbar \qquad (3.6)$$

が交換関係

$$[q, p] = i\hbar \qquad (3.7)$$

から導かれるのだから，式 (3.4) から不確定性関係は

$$\Delta\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{I})} \Delta\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{II})} \sim \hbar \mid \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} - \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})} \mid \qquad (3.8)$$

となる．この式は，領域 I, II が一致するときには，$\Delta\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{I})} \Delta\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{I})} \sim \hbar \mid \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,I})} - \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,I})} \mid = 0$ となることに注意しよう．

さて，試験電荷があってそれが少し動く．そうするとそれによって電磁場が発生する．バネを使うような適切な測定装置によってその影響を消してしまうことができることをこれから証明する．

まず領域 I に試験電荷を置いたらそれが領域 II にどういう影響を及ぼすかを古典論で考えよう．そのために試験電荷の動かし方を特定する．

(iii) 例えば電場を測定するには，動き得る試験電荷を考えて，試験電荷の受ける力，すなわち運動量の変化を測定する．その際，試験電荷の原子構造は考える必要がない．

運動量の変化を観測するために試験電荷全体に鏡を付け電磁波の束を衝突させる．

試験電荷は十分重くて，全体としてまとまって運動する．剛体と見なすことができる．試験電荷はほぼ静止しており，その位置のずれを D_μ とし，D_μ はある範囲を超えないとする．電荷密度 ρ は一定であるとする．運動に伴って試験電荷内部に

---

*7) クラインが去ったのが 1931 年 1 月，ローゼンフェルトがきたのは 2 月である．ローゼンフェルトはハイゼンベルク–パウリの理論とディラックの多時間理論が等価であることを証明した理論家で相対論的量子力学をよく知っていた．

*8) 1932 年 12 月に投稿され，1933 年 4 月に出版された．まとまるまでに校正を 14 回も行なった．

*9) シッフの量子力学の教科書，ワインバーグの場の理論の教科書にも取り扱ってある．

*10) δ はディラックの超関数である．

*11) 電磁場の値がほぼ一定であるためには，領域の拡がりはあまり大きくてもいけないし，あまり小さくてもいけない．本稿では，領域内の時空構造は考えない．

偏極は起こり得る．電場は

$$p''_x - p'_x = \rho \bar{\mathcal{E}}_x VT \tag{3.9}$$

で決まる（したがって $\Delta p_x = \rho \Delta \bar{\mathcal{E}}_x VT$ である）から

$$\Delta p_x \Delta x \sim \hbar \tag{3.10}$$

より*12)

$$\Delta \bar{\mathcal{E}}_x \sim \frac{\hbar}{\rho VT \Delta x} \tag{3.11}$$

となる．これは ρ を大きくすればいくらでも小さくできる．

さらに，$\rho V = e$ とおくと $\Delta \bar{\mathcal{E}}_x \sim \frac{\hbar}{eT\Delta x}$ と書ける．

輻射減衰による運動量の減少は

$$\delta_e p_x \sim \frac{e^2}{c^3} \frac{\Delta x}{\Delta t^2} \tag{3.12}$$

である．輻射減衰の分（式 (3.9) により式 (3.12) を eT で割る）を式 (3.11) に加えると

$$\Delta_e \mathcal{E}_x \sim \frac{\hbar}{eT\Delta x} + \frac{e\Delta x}{c^3 T \Delta t^2} \tag{3.13}$$

となる．$e\Delta x$ を調節すると，その最小値が求められる*13)．

$$\Delta_m \mathcal{E}_x \sim \frac{\sqrt{\hbar c}}{c^2 T \Delta t}. \tag{3.14}$$

ここで，T を Δt と同一視すればLP の結果（式 (2.7)）になる．

しかしBR はそうは考えない．輻射減衰の効果は $\frac{\Delta t}{T}$ に比例することが導ける*14)．$\frac{\Delta t}{T}$ は小さいとして以後輻射減衰の効果は無視する．

むしろ重大なのは試験電荷によって電磁場が発生することである*15)．その効果について議論する．

(iv) 領域 I での $\bar{E}_x$ の測定によって領域 II に現れる影響を調べる．次のように想定する．

- 時刻 $t'_{\rm I}$ で領域 I に $+\rho_{\rm I}$ と $-\rho_{\rm I}$ がある*16)．
- 時刻 $t'_{\rm I}$ と $t'_{\rm I} + \Delta t_{\rm I}$ の間に加速して $D_x^{(\rm I)}$ 動く．
- 時刻 $t'_{\rm II}$ まで静止する．
- 時刻 $t'_{\rm II}$ と $t'_{\rm II} + \Delta t_{\rm II}$ の間に逆に加速してちょうど $D_x^{(\rm I)}$ だけ動き，元の位置に戻る．
- $\Delta t_{\rm I}$ は $T = t''_{\rm I} - t'_{\rm I}$ に比べて非常に小さい．
- $D_x^{(\rm I)}$ は領域 I の大きさ，および $c\Delta t_{\rm I}$ と比べて非常に小さい．

電流もその近くの期間で

$$J_x^{(\rm I)} = \rho_{\rm I} D_x^{(\rm I)} [\delta(t - t'_{\rm I}) - \delta(t - t''_{\rm I})]. \tag{3.15}$$

偏極は

$$P_x^{(\rm I)} = \rho_{\rm I} D_x^{(\rm I)} \int_{t'_{\rm I}}^{t''_{\rm I}} \delta(t - t_1) dt_1, \tag{3.16}$$

すなわち偏極は，$t'_{\rm I}$ から $t''_{\rm I}$ までの期間に限り，$P_x^{(\rm I)} = \rho_{\rm I} D_x^{(\rm I)}$ である．

式 (3.15) の電流，式 (3.16) の偏極を源として電磁場が古典的に計算される*17)．結果は

$$E_x^{(\rm I,II)} = \rho_{\rm I} D_x^{(\rm I)} V_{\rm I} T_{\rm I} \bar{A}_{xx}^{(\rm I,II)} \tag{3.17}$$

となる．

(v) ここで領域 I と領域 II が一致した場合を考えると

$$p_x^{(\rm I)''} - p_x^{(\rm I)'} = \rho_{\rm I} V_{\rm I} T_{\rm I} (\bar{\mathcal{E}}_x^{(\rm I)} + \bar{E}_x^{(\rm I,I)}) \tag{3.18}$$

となる．右辺の $\bar{\mathcal{E}}_x^{(\rm I)}$ は試験電荷を置かなくても存在する電場である．$\bar{E}_x^{(\rm I,I)}$ は試験電荷を置いたことによってその場所に生じる電場であり，$D_x^{(\rm I)}$ に比例するが，$D_x^{(\rm I)}$ は Δx 程度の範囲内なので

$$\Delta \mathcal{E}_x^{(\rm I)} \sim \frac{\Delta p_x^{(\rm I)}}{\rho_{\rm I} V_{\rm I} T_{\rm I}} + \Delta \bar{E}_x^{(\rm I,I)} \tag{3.19}$$

---

*12) 以下 $\Delta x, \Delta t$ は各々 L, T に比べて十分小さいとする．但し，L は試験電荷の空間的拡がりの目安．

*13) 相加平均が相乗平均より大きいという定理により $e\Delta x = \Delta t\sqrt{c^3\hbar}$ とすればよい．2 倍は省略する．

*14) cgs ガウス単位系では $\sqrt{\hbar c}$ は電荷の次元を持つから $\sqrt{\frac{\hbar c}{VcT}} = \sqrt{\frac{\hbar}{VT}}$ は電場の次元を持つ．BR は $Q = \sqrt{\frac{\hbar}{VT}}$ を電場の値の基準とする（電荷ではない）．$\lambda = \frac{Q}{\rho \Delta x}$（無次元）と定義する（式 (3.11) より $\Delta \bar{\mathcal{E}}_x = \frac{Q^2}{\rho \Delta x} = \lambda Q$ である）．さて体積 V の試験電荷が加速されるとき，時間 Δt の間に受ける電場は $\rho \Delta x$ 程度である．なぜなら電場の時間変化は電流密度 $\rho \frac{\Delta x}{\Delta t}$ であるが，電流密度はマックスウェル方程式の全体により有限の値に制限されているからである．電荷は ρV なので試験電荷の受ける力は $\rho^2 V \Delta x$ 程度である．結局，時間 Δt の間に起こる運動量の不確定性は $\delta_\rho p_x \sim \rho^2 V \Delta x \Delta t$ である．$\rho = \frac{Q}{\lambda \Delta x}$，$Q$ の定義，式 (3.10) により $\delta_\rho p_x \sim \Delta p_x \cdot \lambda^{-2} \frac{\Delta t}{T}$ となる．

*15) ρ が大きいので注意深くその効果を取り除く必要がある．

*16) 偏極を求めるためである．

*17) スカラー・ポテンシャル，ベクトル・ポテンシャルを求めそれから電場を計算する．

である．式 (3.10), (3.17) より

$$\Delta\mathcal{E}_x^{(\mathrm{I})} \sim \frac{\hbar}{\rho_\mathrm{I}\Delta x_\mathrm{I} V_\mathrm{I} T_\mathrm{I}} + \rho_\mathrm{I}\Delta x_\mathrm{I} V_\mathrm{I} T_\mathrm{I} |\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,I})}| \tag{3.20}$$

となる．したがってその最小値は

$$\Delta_m\mathcal{E}_x^{(\mathrm{I})} \sim \sqrt{\hbar \mid \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,I})} \mid}. \tag{3.21}$$

しかし右辺第 1 項を取り出したいので，右辺第 2 項を消すためにバネを置く．バネ定数を F_I とすると張力は $-F_\mathrm{I} D_x^{(\mathrm{I})}$ であり，その T_I 倍が運動量として式 (3.18) に寄与する．バネ定数を

$$F_\mathrm{I} = \rho_\mathrm{I}^2 V_\mathrm{I}^2 T_\mathrm{I} \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,I})} \tag{3.22}$$

とすれば良い．こうして式 (3.20) のうちで取り出された第 1 項だけが不確定性を示す項である．

(vi)　次に領域 I と領域 II の相関を考える．

$$p_x^{(\mathrm{I})''} - p_x^{(\mathrm{I})'} = \rho_\mathrm{I} T_\mathrm{I} V_\mathrm{I} (\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{I})} + \bar{E}_x^{(\mathrm{I,I})} + \bar{E}_x^{(\mathrm{II,I})}),$$
$$p_x^{(\mathrm{II})''} - p_x^{(\mathrm{II})'} = \rho_\mathrm{II} V_\mathrm{II} T_\mathrm{II} \times (\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{II})} + \bar{E}_x^{(\mathrm{II,II})} + \bar{E}_x^{(\mathrm{I,II})}). \tag{3.23}$$

前節の通りにバネを使って $\bar{E}_x^{(\mathrm{I,I})}$, $\bar{E}_x^{(\mathrm{II,II})}$ を消す．式 (3.20) を参考にして

$$\Delta\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{I})} \sim \frac{\hbar}{\rho_\mathrm{I}\Delta x_\mathrm{I} V_\mathrm{I} T_\mathrm{I}} + \rho_\mathrm{II}\Delta x_\mathrm{II} V_\mathrm{II} T_\mathrm{II} \mid \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})} \mid,$$
$$\Delta\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{II})} \sim \frac{\hbar}{\rho_\mathrm{II}\Delta x_\mathrm{II} V_\mathrm{II} T_\mathrm{II}} + \rho_\mathrm{I}\Delta x_\mathrm{I} V_\mathrm{I} T_\mathrm{I} \mid \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} \mid. \tag{3.24}$$

式 (3.24) より*18)，

$$\Delta_m\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{I})} \Delta_m\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{II})} \sim \hbar[|\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})}| + |\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})}|]. \tag{3.25}$$

これは式 (3.8) に似ているが，領域 I と領域 II が同じときには右辺が 0 となるべきだから，和ではなく差となるべきである．そうなるように考えることが可能であることを示す．

(vii)　領域 I，領域 II から各々要素 ε_I, ε_II を選び，ある t_1^*, t_2^* において $r = c(t_1^* - t_2^*)$ が満たされるとする（そういう t_1^*, t_2^* がないときには領域 I から領域 II に信号が伝わらず相関がないはずだから問題としない）．

第 3 の中性の要素 ε_III を領域 II の中に選び ε_I とバネでつなぐ．

要素 ε_III は最初は剛体の枠にくっついている．時刻 t'_I で要素 ε_III の運動量を測って切り離す．要素 ε_III は $D_x^{(\mathrm{III})}$ だけ進む．$D_x^{(\mathrm{III})}$ は Δx_II と同じオーダーである．

ε_III と ε_I の間の張力を

$$\frac{1}{2}\rho_\mathrm{I}\rho_\mathrm{II} V_\mathrm{I} V_\mathrm{II} T_\mathrm{II} (\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} + \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})})$$

と選ぶと期間 T_I の間に

$$P = \frac{1}{2}\rho_\mathrm{I}\rho_\mathrm{II} V_\mathrm{I} V_\mathrm{II} T_\mathrm{I} T_\mathrm{II} \times (\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} + \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})})(D_x^{(\mathrm{I})} - D_x^{(\mathrm{III})}) \tag{3.26}$$

として，P が ε_III から ε_I に移り，ε_III は $-P$ を受ける．t'' で ε_III の運動量を測る．精度は同じである．

しかしながらこの測定の前に ε_II から ε_III に信号を送り $D_x^{(\mathrm{III})} - D_x^{(\mathrm{II})}$ を測る．

(viii)　以上から（ε_III は第 2 の系の一部と見る）

$$p_x^{(\mathrm{I})''} - p_x^{(\mathrm{I})'} = \rho_1 V_1 T_1 (\mathcal{E}_x^{(\mathrm{I})} + \bar{\bar{E}}_x^{(\mathrm{II,I})}) + P$$
$$p_x^{(\mathrm{II})''} + p_x^{(\mathrm{III})''} - p_x^{(\mathrm{II})'} - p_x^{(\mathrm{III})'} = \rho_1 V_1 T_1 (\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{II})} + \bar{E}_x^{(\mathrm{I,II})}) - P. \tag{3.27}$$

また，式 (3.17)，式 (3.26) を考慮すると*19)

$$p_x^{(\mathrm{I})''} - p_x^{(\mathrm{I})'} = \rho_\mathrm{I} V_1 T_\mathrm{I} \bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{I})} + \frac{1}{2}\rho_\mathrm{I}\rho_\mathrm{II} V_\mathrm{I} V_\mathrm{II} T_\mathrm{I} T_\mathrm{II} \{-D_x^{(\mathrm{II})}(\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} - \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})}) + (D_x^{(\mathrm{II})} - D_x^{(\mathrm{III})})(\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} + \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})}) + D_x^{(\mathrm{I})}(\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} + \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})})\},$$
$$p_x^{(\mathrm{II})''} + p_x^{(\mathrm{III})''} - p_x^{(\mathrm{II})'} - p_x^{(\mathrm{III})'} = \rho_\mathrm{II} V_\mathrm{II} T_\mathrm{II} \bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{II})} + \frac{1}{2}\rho_\mathrm{I}\rho_\mathrm{II} V_\mathrm{I} V_\mathrm{II} T_\mathrm{I} T_\mathrm{II} \{D_x^{(\mathrm{II})}(\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} - \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})}) - (D_x^{(\mathrm{II})} - D_x^{(\mathrm{III})})(\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} + \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})}) + D_x^{(\mathrm{II})}(\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} + \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})})\}. \tag{3.28}$$

*18)　まず左辺の積を計算すると右辺の 2 倍が定数として出てくる．残った部分の最小値もまた右辺の 2 倍である．合計すると 4 倍だが右辺の因子 4 は省略する．

*19)　$2\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} = (\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} + \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})}) + (\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} - \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})})$

となる．

(ix) ここで式 (3.28) の第1式について考えると，右辺の括弧の中の最後の項 $D_x^{(\mathrm{I})}$ に比例する項は剛体の枠へのバネで相殺できる．これは式 (3.22) のバネの張力を式 (3.29) に変更することに相当する．

$$F_{\mathrm{I,II}} = \rho_{\mathrm{I}}^2 V_{\mathrm{I}}^2 T_{\mathrm{I}} \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,I})} + \frac{1}{2}\rho_{\mathrm{I}}\rho_{\mathrm{II}} V_{\mathrm{I}} V_{\mathrm{II}} T_{\mathrm{II}} (\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} + \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})}). \quad (3.29)$$

その前の $(D_x^{(\mathrm{II})} - D_x^{(\mathrm{III})})$ に比例する項は，$(D_x^{(\mathrm{II})} - D_x^{(\mathrm{III})})$ の測定によって処理することもできるし，$\varepsilon_{\mathrm{II}}, \varepsilon_{\mathrm{III}}$ の間にバネを付けて相殺することもできる．式 (3.28) の第2式も同様に考えて，結局

$$\Delta\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{I})} \sim \frac{\hbar}{\rho_{\mathrm{I}} \Delta x_{\mathrm{I}} V_{\mathrm{I}} T_{\mathrm{I}}} + \frac{1}{2}\rho_{\mathrm{II}} \Delta x_{\mathrm{II}} V_{\mathrm{III}} T_{\mathrm{II}} |\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} - \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})}|,$$
$$\Delta\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{II})} \sim \frac{\hbar}{\rho_{\mathrm{II}} \Delta x_{\mathrm{II}} V_{\mathrm{II}} T_{\mathrm{II}}} + \frac{1}{2}\rho_{\mathrm{I}} \Delta x_{\mathrm{I}} V_{\mathrm{I}} T_{\mathrm{I}} |\bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} - \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})}|. \quad (3.30)$$

したがって式 (3.25) と同様に*20)

$$\Delta\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{I})} \Delta\bar{\mathcal{E}}_x^{(\mathrm{II})} \sim \hbar \mid \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{I,II})} - \bar{A}_{xx}^{(\mathrm{II,I})} \mid \quad (3.31)$$

となる．

電磁場の他の成分についても同様である．

(x) こうして BR は巧妙な思考実験によって試験電荷によって生じる電磁場の影響を取り除いた残りの電磁場について式 (3.31) の不確定性関係を導いた．これは式 (3.8) に一致した．この結果は次第にハイゼンベルク，パウリたちの認めるところとなった．BR の主張に熱狂的な声援が送られた[6~8]．

LP は相対論的量子力学の困難の全体を述べたのだったが，相対論的量子力学の第一の困難については陽電子の発見，第二の困難については第二次大戦後の繰り込み理論の発見によって一応の解決ができた．さらに量子電磁力学によって非常に精密な計算が行われ実験と比較することが行われた．

*20) 因子 2 を省略する．

4. むすび

本稿は BR の「巧妙な思考実験」の内容を取り扱った．特定のバネ定数を持つ数個のバネを使う必要があり，その前提として試験電荷全体の運動を測定すると共に試験電荷全体の運動を制限する必要があった．まことに複雑な思考実験である．しかし BR は，問題が複雑だから思考実験が複雑になるのは当然だと書いている．具体的には式 (3.18) の第2項を除くためにバネを用意し，その結果の式 (3.24) を改善するためにさらにバネを用意して式 (3.30) を導いたのであった．

こうして電磁場の概念は変更を受けた．

電磁場は領域ごとに定義される．その領域は原子の大きさよりも広い．その意味では，**巨視的な電磁場である**．しかし交換関係が与えられているから**古典的な電磁場ではない**．試験電荷の電荷密度を大きくせざるを得ないので，その影響を除いた分の電磁場を考え，その間にどのような不確定性が生み出されるかを議論した．

参考文献

1) L. Landau, R. Peierls, *Zs. f. Phys.* **69** (1931), 56.
2) Anja Skaar Jacobsen "Leon Rosenfeld Physics, Philosophy, and Politics in the Twentieth Century", World Scientific, 2012.
3) L. Rosenfeld "The Measurability of the Electromagnetic Field", 1955 in J.A. Wheeler and W.H. Zuber, Quantum theory and measurement, Princeton Univ. Press (1983), p.479 (LP, BR の論文の英訳も含まれている).
4) N. Bohr, L. Rosenfeld, *Kgl. Danske Vid. Sels., Math. -fys. Medd.* **12** (1933), 8.
5) P. Jordan, W. Pauli, *Zs. f. Phys.* **47** (1928), 151.
6) Abraham Pais, "Niels Bohr's Times", Oxford Univ. Press (1991), p.358–364; アブラハム・パイス著，西尾成子・今野宏之・山口雄仁共訳『ニールス・ボーアの時代 2』2012，みすず書房，p.100–118.
7) J. Schwinger, "Selected Papers on Quantum Electrodynamics", Dover Publication, (1958), p.8.
8) S. Weinberg, "The Quantum Theory I", Cambridge Univ. Press (1995), p.19.

（おかむら・ひろし，工学院大学名誉教授）

核分裂の理論



江 沢　洋

1. 複合核・液滴模型

1932 年に E. Rutherford（ラザフォード）門下の J. Chadick（チャドウィック）によって中性子が発見[1]されたとき，原子核物理学の展望が開けた．

それまで，原子核は陽子と電子からなると考えられ，その量子論的な扱いに難渋していた．原子核の内部には量子力学は適用できないという「原子核聖域論」さえ囁やかれていたのだ．中性子発見の前夜になされた N. Bohr（ボーア）の講演[2]を見よ．

実際，原子核の大きさは，核の質量数を A とすると

$$R(A) = 1.48 \times 10^{-15}\, A^{1/3}\,\mathrm{m} \qquad (1.1)$$

と知られていたのだ．その大きさの空間に閉じ込められた電子の波長は $\lambda \sim R(A)$ の程度となり，その運動量は $p \sim \hbar/R$ となるから，運動エネルギーは，相対論の領域に入り

$$K(A) \sim cp = \frac{c\hbar}{R(A)} = \frac{2.14 \times 10^{-11}}{A^{1/3}}\,\mathrm{J} = \frac{1.33 \times 10^{8}}{A^{1/3}}\,\mathrm{eV} \qquad (1.2)$$

となり，仮に $A = 100$ としても $K = 2.9 \times 10^{7}\,\mathrm{eV}$ となる．これだけの大きなエネルギーの電子を閉じ込めておくには，よほど大きな力が必要である．加えて，窒素核 $^{14}_{7}\mathrm{N}$ が[*1)]ボース統計にしたがうという分子スペクトルの研究からの結論が“陽子 + 電子”という構造に矛盾するという問題もあった[3]．

これらの問題は，原子核が陽子と中性子からなるとすれば回避される．

しかし，原子核から電子がでてくる β 崩壊という現象があることも事実であり

$$(\text{中性子})^0 \to (\text{陽子})^+ + (\text{電子})^- \qquad (1.3)$$
$$(\pm, 0\ \text{は電荷を表わす})$$

という粒子の転化を認めなければならなくなった．さらに，β 崩壊における電子のエネルギーの連続スペクトルとエネルギー保存則との折り合いをつけるために W. Pauli（パウリ）はニュートリノを導入しなければならなかった．

原子核の構造を調べるには，放射性物質からの α 粒子や，α 粒子を Be などに当てたときに出る中性子を，いろいろな原子核に打ち当てて何がおこるかを見る．この種の実験は 1934 年 1 月にパリの F. Joliot -Curie（ジョリオ・キュリー）が行ない，衝撃された核が人工放射能をもつことを発見．3 月にローマの E. Fermi（フェルミ）らが続き[4]，中性子を予め水またはパラフィンに通してから原子核にあてると，生ずる放射能が格段に強くなることを見出した．それは，水やパラフィンを通すことで，それらの中の水素原子核と中性子が衝突し減速されるためであることが分かった．1 円玉をはじいて 10 円玉に当てても減速されないが，同じ 1 円玉に当てれば止まってしまう．それと同じことである．

Bohr は，中性子による衝撃でおこる核反応について，複合核モデルを提唱した[5,6]．彼は，Fermi らの実験で，中性子で衝撃された後の核から角振動数 ω の鋭くきまった（角振動数の幅 $\Delta\omega$ の小さい）γ 線が出ることに注目した．これは γ 線が長い時間 $\Delta t \gtrsim 1/\Delta\omega$ をかけて発生することを意味する．「もっともなことだ」と Bohr はいう．中性子が原子核に衝突すると，近くにいた陽子や中性子（あわせて核子という）にエネルギーの一部を渡す．それらの陽子や中性子，また入

*1) $^{A}_{Z}\mathrm{X}$ は元素 X の，質量数 A（陽子の数 + 中性子の数）原子番号 Z（陽子の数）の原子核を表わす．

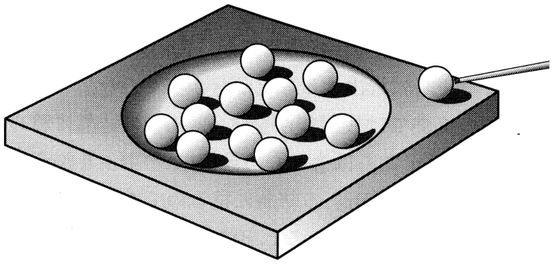


図 1 "入射中性子のエネルギー + 中性子の核への結合エネルギー" は，次々におこる衝突により核子の全体に分配される．Bohr の論文[5, p.351, 6)]をもとに作成．

射してきた中性子は—原子核は核子がギッシリつまった系だから—また近くにいる核子たちと衝突してエネルギーの一部を渡すだろう．こうして入射した中性子のエネルギーは，瞬く間に原子核内の核子全体に分配される．これが**複合核**である（図 1）．

原子核は全体として集団運動する励起状態になるが，やがて集団運動のエネルギーが何かの機会に一つの中性子，あるいは陽子に集中することもおこるだろう．陽子，中性子が集まって α 粒子ができ，それにエネルギーが集中することもあろう．それには長い時間がかかり，その間に γ 線が出ることもあるだろう．どれかの粒子にエネルギーの集中がおこれば，その粒子は核外にとびだす．それが中性子なら最初の核との衝突から通して中性子の散乱に見えるし，陽子や α 粒子なら残った核の原子番号 Z が変わり新しい元素の誕生となる．いずれにしても残った核が放射能をもつこともあるだろう．中性子の捕獲による核反応は，このように**複合核の形成と，その崩壊**という 2 段階でおこると Bohr は提唱したのである．

このように原子核内の陽子と中性子が互いに衝突しながら集団的に運動するという描像は，原子核を液体の滴になぞらえる**液滴モデル**に発展した[7]．このモデルに基づいて Bohr と F. Kalckar（カルッカー）は原子核のエネルギー準位や Fermi の発見した遅い中性子の原子核による共鳴吸収などを論じた．液滴モデルの考えは，早く 1930 年に G. Gamow（ガモフ）が提出していた[8]．彼は原子核の質量欠損

$$\varDelta M = Zm_{\rm p} + Nm_{\rm n} - M(Z,N) \qquad (1.4)$$

が重い核ではほぼ $A = Z + N$ に比例して増加するという事実を液滴になぞらえて説明したのである．ここに Z, N は核のもつ陽子と中性子の数，$m_{\rm p}, m_{\rm n}$ は陽子と中性子の質量である．また，原子番号 Z，中性子数 N をもつ原子核の質量を $M(Z,N)$ と書いた．

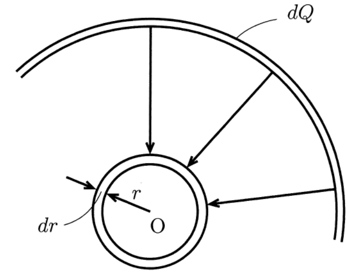


図 2 無限遠から電荷 $dQ = \rho\cdot 4\pi r^2 dr$ を運んできて，半径 r の荷電球に塗りつけ，半径を dr だけ増やす．

液滴モデルといえば，F. Weizsäcker（ワイツェッカー）は 1935 年に原子核の質量に対する半経験的公式を提出した[9]．これは，やや複雑なので H.A. Bethe（ベーテ）と R.F. Bacher（バッカー）が 1936 年に出した形を記そう[10]．

$$\varDelta Mc^2 = \alpha A - \beta\frac{(Z-N)^2}{A} - \gamma A^{2/3} - \frac{3}{5}\frac{(Ze)^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_0 A^{1/3}}. \qquad (1.5)$$

この式の係数 α, β, γ を原子核たちの $\varDelta Mc^2$ の実測値に合うようにきめるので "半経験的" といわれるのである．右辺の第 1 項は核子の結合エネルギーで核子の総数 A に比例している．第 3 項は核の表面張力によるエネルギーで，核が核子のギッシリ詰まった球であるとして，その半径が $R = r_0 A^{1/3}$，球の表面積が $4\pi r_0^2 A^{2/3}$ となるので，これに表面張力 T をかけて $\gamma A^{2/3}$ と書いた．$\gamma = 4\pi r_0^2 T$ である．第 4 項は核の陽子の全電荷 Ze が半径 R の球内に一様に分布しているとしてクーロン（電気）エネルギーを書いたもの．実際，無限遠から電荷 dQ を運んでくることをくりかえして荷電球をつくるとすれば，核の電荷密度 $Ze/(4\pi R^3/3)$ を ρ と書いて，半径 r までできたところへ、それを厚さ dr だけ増やす電荷 $dQ = 4\pi\rho r^2 dr$ を運んでくる仕事は

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\pi\rho r^3}{3}\frac{4\pi\rho r^2 dr}{r}$$

であるから（図 2），積分して

$$\frac{4\pi\rho^2}{3\varepsilon_0}\int_0^R r^4 dr = \frac{4\pi\rho^2}{3\varepsilon_0}\frac{R^5}{5} = \frac{3}{5}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(Ze)^2}{R}. \qquad (1.6)$$

となる．(1.5) の第 2 項は，対称エネルギーとよばれ，$Z = N$ を好むという核子間の力の特殊事情を表わし

ている．

ベーテは，実測値に合わせた結果として

$$r_0 = 1.48 \times 10^{-15}\,\mathrm{m}, \quad \alpha = 13.86\,\mathrm{MeV},$$
$$\beta = 19.5\,\mathrm{MeV}, \quad \gamma = 13.2\,\mathrm{MeV} \qquad (1.7)$$

を与えている*2)．

■ 2. 核分裂の発見 ■

Fermi らは，ウランを中性子で衝撃したとき，中性子を吸収した核が，中性子の過剰を抑えるため β 崩壊してウランより原子番号の大きな元素がつくられたと考えた．超ウラン元素をつくる競争がはじまった．

1937 年も末にパリの Irene Curie（イレーヌ・キュリー）が中性子をウランにあてるとトリウムができるという論文を発表した．ベルリンの O. Hahn（ハーン），F. Strassmann（シュトラスマン）は早速それを追試し，できるのはラジウムだと考えた．それは次の理由による．

新しくできた元素 X，といってもごく微量なので，それをバリウムと一緒に結晶化させる．すると放射能は結晶に集まる．これは X が化学的にバリウムと同じ性質をもつということで，元素の周期律表の上でバリウムと同じ族に属することを意味している（上図）．しかし，この元素 X はウランに中性子をあてできたので，ウランから周期律表の上で非常に遠い元素であるはずはない．ウランに近い元素だろう．だからラジウムに違いない．ラジウムは，中性子をウランにあてると複合核が α 崩壊してトリウムができ，それが再び α 崩壊するとできる：

Be
Mg
Ca
Sr
Ba
Ra

Ba と同族の元素

$$\mathrm{n} + {}^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{235}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\alpha$$
$$\hookrightarrow {}^{231}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\alpha.$$

Hahn たちは，こう考えた．しかし，これまで 2 度続けて α 崩壊する元素はなかった．α 崩壊すると，その後は β 崩壊するのが常だったから，X がラジウムであるという考えにも疑問の余地があったのである．

疑問は，さらに深まった．Hahn たちは元素 X を Ba と混ぜて水に溶かし $\mathrm{BaBr_2}$ を少しづつ加えた．すると $\mathrm{BaBr_2}$ の結晶が析出するが，Ra は $\mathrm{BaBr_2}$ と相性がよく一緒に析出することが分かっていた．ところが，この実験では放射能が全然 $\mathrm{BaBr_2}$ の結晶に移らない！ Hahn たちは念のため溶液に $^{238}\mathrm{Ra}$ を加えてみたら確かに $\mathrm{BaBr_2}$ の結晶に移るのであった．これは元素 X が Ra でないことを決定的に示している．

Hahn と Strassmann はかっての共同研究者 L. Meitner（マイトナー）に，この実験結果を報せ，続けてこう書いている[13]．Meitner はユダヤ人であるとされ，ナチスのドイツから逃れて Hahn たちの研究室を離れ，スェーデンに移り住んでいたのである．

> 驚くべきことなので，あなたにだけ言います．元素 X はあらゆる元素から化学的に分離できますが，Ba だけは別です．元素 X は Ba と同様に行動するのです．
>
> あなたなら，私たちが思いもよらぬ説明を考え出してくれるでしょう．原子核が爆発して Ba ができるなどあり得ないことは承知しています．これから，Ra が放射性崩壊してできる Ac が実は La のように振る舞うかどうか調べてみようと思っています．

Hahn たちは Meitner からの返事が待ちきれず論文[12]を投稿した．はじめに考えた題「ウラニウムを中性子で照射したとき生ずるラジウムの同位元素について」から「…アルカリ土類元素について」に変え，論文の半ばに「さて，新しい研究について語る時がきた．結果があまりに奇異なので，公開をためらっていたものである」と書き，論文の結びには「化学者としては，上の研究の図式を改め，Ra, Ac, Th という代わりに Ba, La, Ce と言わなければならない．しかし，物理学と密接な関係をもつ核化学者としては，これまでの核物理学のすべての経験に矛盾する飛躍をする決心はつかない」と書いている．そう言いながらも，彼らは Ba + Ma の質量数の和が 138 + 101 で $^{1}\mathrm{n} + {}^{238}\mathrm{U}$ の質量数の和に等しいことを述べている．Ma（Masurium）とは今でいうテクネチウム（$_{43}\mathrm{Tc}$）のことである．

■ 3. Meitner と Frisch ■

やがて，Meitner から返事がきた[14]．「原子核が真っ二つに割れるとは，私には考えにくいことですが，しかし核物理学では，これまでにも多くの驚きを経験してきました．無条件に不可能ということはできません.」

---

*2) 野上[11]は $\alpha = 15.7\,\mathrm{MeV}$, $\beta = 23.6\,\mathrm{MeV}$, $\gamma = 17.8$ Mev とし，(1.5) に $\delta(Z,N) = \pm 132\,\mathrm{MeV}/A$ (Z, N ともに偶数/奇数の場合)，$= 0$（それ以外の場合）を加えている．

表 1　核分裂のエネルギー/MeV.

核	結合エネ $-\alpha A$	対称エネ $\beta(N-Z)^2/A$	表面張力 $\gamma A^{2/3}$	クーロン $cZ^2/A^{1/3}$	計
$^{236}_{92}\mathrm{U}^*$	-3271	223	504	800	-1744
$^{144}_{56}\mathrm{Ba}^*$	-1996	139	363	348	-1145
$^{92}_{36}\mathrm{Kr}^*$	-1275	85	269	168	-753
ΔE	0	-1	-128	283	154

Meitner は Gamow や Bohr の核の液滴モデルを思い出していた．原子核が水滴のようなものなら，中性子をあてると，そのエネルギーによって原子核が振動をはじめ，やがて真ん中がくびれて遂には 2 つに千切れるということもあっていいのではないか．Meitner はクリスマス休暇で訪ねてきた甥の O.R. Frisch（フリッシュ）と討論した[15]．ウランに中性子をあてたとき核が 2 つに分裂し，その一方がバリウムだとすると，他方はクリプトンになる．たとえば

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \to ^{140}_{56}\mathrm{Ba} + ^{92}_{36}\mathrm{Kr} + 3^{1}_{0}\mathrm{n}$$

である．

Meitner は原子核の質量公式によって分裂のエネルギーを計算してみた．分裂によって，およそ 200 MeV のエネルギーが生じ，それは Ba と Kr の核が相接しているときのクーロン反発力のエネルギーにほぼ等しくなった．これはウランの**核分裂**という描像を強く支持するものである[16]．

このときウランに ^{234}U, ^{235}U, ^{238}U の同位元素があり，存在比 $^{235}\mathrm{U}/^{238}\mathrm{U}$ がおよそ 1/140 であることは分かっていたが[17]，分裂するのがどれであるか，また上の式の右辺の中性子がいつ出るのかもちろん分かっていなかった．計算の詳細は彼らの論文[16] には書いてないので分からないのだが，仮に，^{235}U が中性子を吸って $^{236}\mathrm{U}^*$ となり，これが過剰の中性子を原子番号に比例した数ずつ担った 2 つの核 Ba^*, Kr^* に分裂し，そのあとでそれぞれの核から中性子が出るのだとしたら，核分裂の過程は

$$^{236}_{92}\mathrm{U}^* \to ^{144}_{56}\mathrm{Ba}^* + ^{92}_{36}\mathrm{Kr}^* \tag{3.1}$$

となり，原子核の質量公式によって，この各項のエネルギーを計算してみると表 1 のようになる．

ここに，当時使われたであろう Bethe[10] の値

$$\alpha = 13.86\,\mathrm{MeV}, \quad \beta = 19.5\,\mathrm{MeV},$$
$$\gamma = 13.2\,\mathrm{MeV}, \quad c = 0.584\,\mathrm{MeV}$$

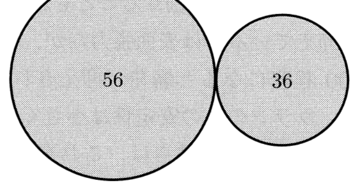


図 3　核分裂は，核が 2 つに千切れることだから，2 つの小さな核が接している状態を経由するだろう．いま仮に 2 つの核を球と仮定してエネルギーを評価してみよう．

を用いた．c は (1.7) でも引いた $r_0 = 1.48 \times 10^{-15}$ m に対応する値である．「計」の列に記したのは，核ごとに各列のエネルギー E_k を総和した $\sum_{k=1}^{4} E_k(\text{核})$ であり，ΔE の行に記したのは，各列ごとの $E_k(\mathrm{U}) - E_k(\mathrm{Ba}) - E_k(\mathrm{Kr})$ の値である．「計」の列のその値が核分裂によって生ずるエネルギーになる．

これに対して，$^{144}_{56}\mathrm{Ba}^*$, $^{92}_{36}\mathrm{Kr}^*$ のそれぞれ対応する半径 $r_0 A^{1/3}$ の荷電球が相接しているときのクーロン・エネルギー（図 3）は

$$\frac{5c}{3}\frac{Z_{\mathrm{Ba}}Z_{\mathrm{Kr}}}{A_{\mathrm{Ba}}^{1/3} + A_{\mathrm{Kr}}^{1/3}} = 201\,\mathrm{MeV} \tag{3.2}$$

となる．確かに，表 1 の核分裂から生ずるエネルギー 154 MeV も 2 つの核が接しているときのクーロン・エネルギー 201 MeV もおよそ 200 MeV になっている．表 1 の最後の行で ΔE がほぼクーロン・エネルギーと表面張力のエネルギーのみからなることに注目せよ．

2 つの互いに接触した荷電球はクーロン斥力のために反発し，200 MeV のエネルギーで飛び散る．核分裂のエネルギーが運動エネルギーとして現象するのだ．

Meitner と Frisch は書いている[16]．Hahn と Strassmann はウランに中性子をあてるとバリウムができるという結論に追い込まれた．しかし，ウランが短時間の間に沢山の荷電粒子を出すことはあり得ない．重い原子核は，核子がぎっしり詰まっており，激しく

表2　^{235}U のエネルギー/MeV.

核	結合エネ $-\alpha A$	対称エネ $\beta(N-Z)^2/A$	表面張力 $\gamma A^{2/3}$	クーロン $cZ^2/A^{1/3}$	計
$^{235}_{92}$U	−3257	216	503	801	−1737

エネルギーのやりとりをしているので，核子たちは液滴に似た集団運動をしていると考えられる．そこに中性子によってエネルギーが加えられて運動が十分に激しくなると，液滴が2つに割れることもおこるだろう．核の爆発を抑えているのは表面張力だが，核の原子番号 Z が 100 程度になると爆発が抑えきれなくなる．したがって，ウランの核の安定性は小さく，中性子の刺激で分裂するだろう．彼らは，これを fission と名づけた．生物学の友人に「細胞分裂を何とよぶか」と訊ねたのである．

こう考えてくると，これまで超ウラン元素ができたといわれてきた実験にも核分裂を見ていた可能性がでてくる，と Meitner らは指摘している．

Frisch はコペンハーゲンの Bohr の研究所に帰ると，核分裂を簡単な実験で確かめた[18]．イオン化槽の壁にウランを塗り，それに中性子を当て，大きなイオンの生成を意味する強いイオン化がおこることを目に見えるようにしたのである．同様にしてトリウムが核分裂することも証明された．

■　4. Bohr の反応　■

Frisch がコペンハーゲンの Bohr の研究所に帰って核分裂のことを話すと，Bohr はいった．「おお，われわれは何と馬鹿だったか！ まったくその通りだ．」そして早速「これは複合核の理論にピッタリの現象だ」という論文を書いた[19]．

このとき Bohr はアメリカに向けて出発する直前だった．その船の中で彼は核分裂について熟考した．

1939 年 1 月 16 日にアメリカに着くと，彼がニューヨークで用事をすませている間に同行した L. Rosenfeld（ローゼンフェルト）はプリンストンに行って核分裂について講演，それは新聞にも取り上げられ大きなセンセーションを巻き起こした．講演に居合わせたコロンビア大学の I.I. Rabi（ラビ）が E. Fermi に伝えたので，コロンビア大学では直ちに Frisch と同じ実験をした．遅れてプリンストンに着いた Bohr は，これを聞いて激怒した．Meitner と Frisch の先取権を守るため，彼等の論文が雑誌に載るまでは核分裂の話は伏せておこうと思っていたからである．折しもアメリカ物理学会の会合がワシントンで開かれ，Bohr も核分裂について講演することになった．Fermi も，である．このときから，核分裂の研究が各地で行われるようになった[20]．

2 月はじめにプリンストンにきた G. Placzek（プラチェック）に Bohr がウランの核分裂はすっかり分かったといったところ，Placzek は「ウランによる中性子捕獲は中性子のエネルギー 25 eV あたりにピークがあるのに，核分裂にはない．不可解だ」と指摘した．Bohr は考え込んだ後，こう答えた．「天然ウランの大部分を占める ^{238}U は中性子を共鳴吸収するが分裂はしない．分裂するのは希少な ^{235}U の方だ．」[21]

Bohr は J.A. Wheeler（ウィーラー）と核分裂の理論の研究を進めた[22]．表 1 の計算によれば，^{235}U に運動エネルギー 0 の中性子が付着してできた ^{236}U* のエネルギーは −1744 MeV で，他方 ^{144}Ba* と ^{92}Kr* とが接しているときのエネルギーは

$$\{(-1145)+(-753)+201\}\,\mathrm{MeV} = -1697\,\mathrm{MeV}$$

であるから，^{236}U* にエネルギー

$$B_{\mathrm{f}} = \{(-1697)-(-1744)\}\,\mathrm{MeV} = 47\,\mathrm{MeV} \quad (4.1)$$

を与えないと図 3 のような分裂はおこらない．

しかし，最初の ^{235}U のエネルギーを表 1 のようにして計算すると表 2 のようになる．

^{235}U のエネルギーは ^{236}U* より

$$S_{\mathrm{f}} = \{(-1737)-(-1744)\}\,\mathrm{MeV} = 7\,\mathrm{MeV} \quad (4.2)$$

だけ高い．^{235}U が中性子を吸うと，その結合エネルギーのために，エネルギーが下がるのである．

もし，$S_{\mathrm{f}} > B_{\mathrm{f}}$ であったら，^{235}U に運動エネルギー 0 の中性子をあてても，これは分裂する．

Bohr と Wheeler は核分裂が必ずしも図 3 のように 2 つの球形の核を経由しなくてもよいことに注意する．たとえば，真ん中がくびれた葉巻形を経由してもよい．そこで，B_{f} を最小にする崩壊径路を探して表 3

表 3 B_f と S_f.

	B_f/MeV	S_f/MeV
$^{233}_{90}$Th	7	5.2
$^{236}_{92}$U	5.25	6.4
$^{239}_{92}$U	6	5.2

のような結果に到達した[23].

この結果によれば，^{235}U は運動エネルギー 0 の中性子を当てても核分裂することが分かる.

核分裂してできた原子核は，中性子が過剰なので，それを放出するか β 崩壊して異なる元素に変わるかするだろうとは誰しも考える．3 月 8 日には F. Joliot ら，16 日には Fermi ら，L. Szilard（シラード）らの論文が投稿され，後の 2 つは核分裂ごとに約 2 個の中性子が放出されるとした．日本でも同じ年に京都大学の荒勝文策のもとで萩原篤太郎が実験し核分裂あたり平均 2.6 個の中性子が出ると報告している[24]．この数が 1 より大きいことは，核分裂のネズミ算式連鎖反応の可能性を意味し，重大である.

1939 年 10 月には A. Einstein（アインシュタイン）がアメリカの F.D. Roosevelt（ルーズベルト）に原子爆弾の研究を勧告，翌 1940 年 2 月にはイギリスでも R. Peierls（パイエルス）と Frisch が政府に ^{234}U を濃縮すれば原子爆弾ができるとして研究を提言した．その年の夏，日本でも仁科芳雄が知り合いの陸軍航空技術研究所・所長の安田武雄に原子爆弾の研究の用意があるともちかけている[25].

Bohr はといえば，1939 年 12 月の講演で原子爆弾の可能性を論じ，こう述べた．「現在の技術では連鎖反応をおこすに十分なだけ ^{235}U を濃縮することは不可能である.」

1939 年 9 月にはドイツ軍がポーランドに侵入し，第 2 次世界大戦が勃発していた．1943 年にイギリスの Chadwick から原爆研究に誘われたときにも Bohr は原爆は不可能と答えている．デンマークはドイツ軍に占領され，身の危険が迫っていると聞かされた，Bohr は，1943 年 10 月 6 日，スェーデンからモスキート機の爆弾投下室に隠れて酸素欠乏で失神しながらイギリスに脱出，11 月にはアメリカに渡り，原爆研究に加わった．しかし，Bohr の思いは常に原子爆弾のもたらす惨害や戦後におこるべき問題に占められていた[26,27].

参考文献

1) 木村一治・玉木英彦『中性子の発見と研究』，大日本出版 (1950).
2) N. ボーア『量子力学の誕生』ニールス・ボーア論文集 2，山本義隆訳，岩波文庫 (2000). 特に p.158 以降を参照.
3) 朝永振一郎『スピンはめぐる』，みすず書房 (2008), pp.187–188.
4) 文献 1), p.83.
5) N. Bohr, Neutron Capture and Nuclear Constitution, *Nature* **137** (1936) 344, 351.
6) N. Bohr, Transmutation of Atomic Nuclei, *Science* **86** (1937), 161.
7) N. Bohr and F. Kalckar, On the Transmutation of Atomic Nuclei by Impact of Material Particles, I. General Theoretical Remarks, *Det Kgl. Danske Vid. Sels, Mat.-fys. Medd.* **14**, No.10 (1937).
8) G. Gamow, *Proc. Roy. Soc. London A***126** (1930) 632.
9) F. Weizsäcker, *Z. Phys.* **76** (1935) 431.
10) H.A. Bethe and R.F. Bacher, *Rev. Md. Phys.* **8** (1936) 82. 質量公式は pp.165–168.
11) 野上茂吉郎『原子核』，裳華房 (1973), pp.23–24.
12) O. Hahn und F. Strassmann, *Naturwiss.* **27** (1939) 11.
13) R.L. Sime, *Lise Meitner: A Life in Physics*, U. of California Press (1996), p.233.
14) R.L. Sime, *ibid.*, p.235.
15) O.R. Frisch「興味は原子核に集中している」in『ニールス・ボーア』, S. Rozental 編，豊田利幸訳，岩波書店 (1970), pp.174–177.
16) L. Meitner, O.R. Frisch, *Nature* **143** (1939) 239.
17) A.O. Nier, *Phys. Rev.* **55** (1939) 150. 存在比 ^{235}U/^{238}U は，この論文で初めて 1/139 と決定された.
18) O.R. Frisch, *Nature* **143** (1939) 276.
19) N. Bohr, Disintegration of Heavy Nuclei, *Nature* **143** (1939) 330.
20) A. Pais『ニールス・ボーアの時代 1』，西尾成子ほか訳，みすず書房 (2012), pp.232–235.
21) N. Bohr, Resonance in Uranium and Thorium Disintegrations and the Phenomena of Nuclear Fission, *Phys. Rev. Lett.* **55** (1939) 418.
22) N. Bohr and J.A. Wheeler, The Mechanism of Nuclear Fission, *Phys. Rev.* **56** (1939) 426, 1056.
23) 文献 11), pp.88–90.
24) T. Hagiwara, *Rev. Phys. Chem. Jap.* **13** (1939) 145.
25) 山崎正勝『日本の核開発：1939～1955』績文堂 (2011), pp.8–9. 日本の核開発については，このほかに中根良平ほか編『仁科芳雄往復書簡集』III および補巻，みすず書房 (2007, 2011) を参照.
26) A. Bohr,「戦時と原子爆弾の見通し」，文献 15), pp.230–257.
27) M. Gowing, Niels Bohr and Nuclear Weapons, in *Niels Bohr, A. Centenary Volume*, A.P. French and P.L. Kennedy ed., Harvard U. Press (1985).

（えざわ・ひろし，学習院大学名誉教授）

特集／ボーア

量子論から生命論を眺望した智の巨人たち

和田　昭允

1. ボーア[1,2)]

ニールス・ボーアは生理学者だった父親のクリスチャン・ボーアの影響を受けて，幼い頃から生命に興味を持っていた．それに拍車がかかったのは，彼自身が大きな役割を果たした量子力学発展の興奮もまだ覚めやらぬ1930年代だった．新しい学問建設に主役を演じ成功したボーアの目が，物理学がチャレンジすべき次の高峰“生命”に向けられたのは当然であった．

ボーアは1929年に行った講演“The Atomic Theory and the Fundamental Principles Underlying the Description of Nature”[3)]で，自然の諸現象が原子論によって理解され説明できると述べるが，このときはまだ生命現象については「量子論が何らかの役割を果たすかもしれない」と示唆しているに過ぎない．しかしすでに，生物の特徴である微弱な信号受容や神経作用では，「作用量子」に相当する何らかの最小単位があるかもしれないと述べ，新しい世界への手がかりを模索している．

1931年にはさらに踏み込んで，もし生命の諸問題解決に量子力学が不十分と解れば，それは量子論が古典力学を変えたことに匹敵する新しい大きな発展に結びつくだろう，との期待をみなぎらせる．

ここで彼は，物理学が生命を扱うときの問題点を指摘する．すなわち，量子力学が対象とするのは「閉じた系」だ．そして初期条件と外部条件が明確に与えられてはじめて，原子の統計的振る舞いを記述できる．これに対して生物は「開かれた系」であり，そこでは原子の知見を物理学者が満足できるレベルで得ることは難しい．とくに“生きている”を調べるために厳密な物理計測をすれば対象とする生物を“死なせる”だろうと，生命現象における相補性の存在を示唆する[*1)]．

ボーアは，1932年に行った講演“Light and Life”[4)]で，物理学は“生命という不可思議なもの”を自然科学の中でどのように位置付けるだろうか？と問題提起する（この講演での「相補性」の詳細は文献2)参照）．

彼は以下のように考える．古典力学では，光が持つ二重性格――“波”と“粒子”――の説明はできない．これと同じく，非生命世界（inanimate nature）を相手に建設されてきた現在の物理学では，生命の“生きる”側面の説明は困難だ．しかしそうは云いながらも「もしそれが解明されたなら，そこに見えてくるものは物理学の一般法則に違反したものであるはずがない」と述べる．ここで彼がいわゆる「生気論」――生命現象には物理・化学の法則だけでは説明できない独特な生命の原理（活力）があるという説――を，言外にではあるがキッパリと否定していることは注目に値する．

では「生命の“生きる”という側面が物理学で説明できない」理由はなにか？ ボーアは生命の特徴――自律的安定性と繁殖――を物理学と化学だけで説明できないのは「われわれが知らない重要なものが欠けているのでは？」とする．そして，従来の機械論にはなかった目的論的思考が求められている，と見抜くのである．

このような疑問を投げかけながらボーアは，生物の本質的特徴は，力学的特性と生物学的特性とが「特異な組織化」によって結びつけられている，と考える．さらに彼は，生物学の出発点は「生命の存在」であると主張し，その根拠として量子力学とのアナロジーを述べる．すなわち「作用量子の存在」は古典物理学はもとより量子力学においても「説明されるもの」ではない．これと同じく「生命の存在」は，生物学を成り

*1)　ボーアは古典物理学では説明できない原子の世界を理解するために，ユニークな方法論をもって量子物理学への道を開いていった．読者におかれては本特集の山本義隆氏の「対応原理と相補性原理」で，原子の世界⇒生命の世界，古典論⇒古典生物学，量子論⇒生物物理学と読み替えて，新しい生命論誕生の舞台に思いを馳せていただきたい．

立たせる前提としての「基本的事実」として考えられなければならない，と言うのだ．

以上を要するに，ボーアの生命論は「生命の存在」を説明するのではなく，そこを出発点として始まり，量子論と類比しながら多くの問題を提起するものであった．

2. シュレーディンガー[5]とハイゼンベルク[6,7]

量子力学開拓の巨人たちは，飽くことを知らない自然探究者だった．以下に科学史の一齣として，シュレーディンガーとハイゼンベルクの生命観を簡単に紹介する．

シュレーディンガーは「生物は物質のひとつの状態」にすぎないと位置づけたうえで「生命とは繰り返しのない秩序体」とする生命秩序論を展開する．以下は，彼の「非生物物質」と「生命体」との違いについての明快な説明であり，ボーアの「特異な組織化」という暗黙知の形式知化だ．

原子や分子のようなミクロ要素からマクロ構造体が出来るには二つのスタイルがある，とシュレーディンガーは説き始める．ひとつは「周期性秩序」で，結晶の成長はその一例である．いまひとつは繰り返しをしない凝集体で，あらゆる原子や原子団それぞれが個性を発揮し，無周期性の秩序体を作る．生命の要素物質――遺伝子や染色体――はこういった無周期性固体なのだ．ここで彼は「生命体は負のエントロピー――つまり秩序――をとり込む物質系」とする新しい観点を提出し大きな反響を呼んだ．

ハイゼンベルクはボーアが述べたのと同じく，生命に見られる特徴的な安定性――自律的安定性と繁殖――は物理学や化学だけでは説明できない．したがって生命現象の理解には，何らかの新しい要素を加えなければならないとする．ここでハイゼンベルクは，ボーアの理解から一歩進んで，量子論が問題とした原子や分子の安定性は「構造の安定性」であったのに対して，生命の場合は「機能の安定性」が問題だ，と鋭く見抜くのである．

3. 今日の生命観

今日生命は，DNA 分子に刻まれた遺伝情報――非周期性秩序！――が指令する物理化学相互作用によって，タンパク質などの要素分子が「特異な組織化」を遂げた物質だ，と理解する．先賢たちが興味を持った生命の特徴：「構造の安定性」は，原子と分子の安定性で十分理解できる．「機能の安定性」は，以下に述べる「環境適応能力」に由来する．

ボーアは生命体の「初期条件」と「環境条件」決定の困難を指摘したが，前者はいまから 40 億年を遡る生命の起源，ボーアが「生物学の出発点」と位置付けた「生命の存在」の始まりだ．後者は，その起源以来 40 億年の長年月にわたり，生命が生き抜いてきた地球環境だ．この全地球的時・空間にあって，生命だけが持つ特殊機能――「自己複製」と「突然変異」――が威力を発揮した．つまり自己複製が生む大量の突然変異種の中から，多様な地球環境が“物理学的に可能”なものを選択し次の自己増殖を許可してきた．こうして生命は環境に適応した多様な広がり（生物多様性）を展開し，その繁栄の今日がある．

以上の史実から私は，確固とした物理学的自然観を持てば，大筋において間違うことなく未知世界を見通せる，と読者の皆さんにお伝えしたい．

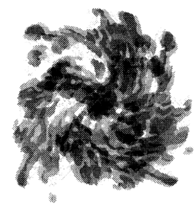
参考文献

1) Paul Hoyningen-Huene「Niels Bohr's Argument for the Irreducibility of Biology to Physics」 http://www.zeww.uni-hannover.de/056_Hoyningen_Bohrs_Argument.pdf#search='hoyningenhuene+bohr'
2) 大林雅之「ニールス・ボーアの相補性原理と生命観」科学基礎論研究 **17(2)**, pp.97–103, 1985 https://www.jstage.jst.go.jp/article/kisoron1954/17/2/17_2_97/_pdf
3) ニールス・ボーア「原子論と自然記述の諸原理」:『ニールス・ボーア論文集 2　量子力学の誕生』，山本義隆訳，pp.77–97, 岩波文庫 (2000).
4) ニールス・ボーア「光と生命」:『原子理論と自然記述』，井上健訳，pp.141–155, みすず書房 (1990).
5) シュレーディンガー『生命とは何か—物理的に見た生細胞』，岡小天，鎮目恭夫訳，岩波文庫 (2008).
6) W. ハイゼンベルク『現代物理学の思想』，河野伊三郎・富山小太郎訳，みすず書房（1967, 新装：1989）第 6 章「自然科学の他の部門と量子論」pp.81–109.
7) Lawrence Gage「Heisenberg on Nature and Science」http://realphysics.blogspot.jp/2011/01/heisenberg-on-nature-and-science.html

（わだ・あきよし，東京大学名誉教授）

特集／ボーア

ニールス・ボーア研究所



亀淵　迪

ぷろろーぐ――研究所以前

一般物理の教科書に出てくるデンマークの物理学者・天文学者と言えば，T. ブラーエ (1546–1601)，O.C. レーメル (1644–1710)，H.C. エルステッド (1777–1851)，そして次にくるのがN. ボーア (1885–1962) であろうか[*1]．興味深いことに，それぞれが先行者の没後数十年して生まれ，それぞれの世紀を代表する業績を挙げている．とくに前三者が活躍した16〜19 世紀について言えば，その頃のわが国は未だ科学以前の状況にあり，遥かな後進国であった．

しかし四番目のボーアの時代となると，事態は些か違ってくる．彼が原子模型を提出した1913 年当時，デンマークの物理事情はあまり芳しいものではなかった．コペンハーゲン大学の物理学科は物理実験の設備をもたず，学生実験は同工業大学の装置を借りて行われていた．ボーアの名声が徐々に高まり，1916 年には大学初の理論物理学の教授となるのだが，なお大学には自室をもてず，工大の小室を間借りせねばならなかった．物理専用の実験室をもち，ボーアの望むような研究所の設立を政府が認めたのは，漸く1918 年11 月のことである．

以上をわが国の場合と較べてみよう．東京帝国大学理科大学物理学科が理論物理学科と実験物理学科とに分離したのは1901 年のことであり，前者初の教授となったのが長岡半太郎（それまでは応用数学担当教授）であった．1907 年には理論はさらに二講座となる．このように組織・設備の面に関する限り，コペンハーゲン大は東大より遥かに遅れを取っていた．因みに長岡の原子模型（いわゆる土星模型）は1903 年に提出されている[*2]．事態はしかしながら，天才ボーアの出現によって再逆転する．彼の開設した研究所が‘原子物理学のメッカ’として国際的な存在となったからである．

本稿では筆者自らの直接体験[*3]をもとに，この研究所の，主として形式面からの概観を試みる．

1. 研究所の成立と仕組み

政府が中々認めなかった研究所ではあったが，いったん設立が決まると (1918)，その後は事が捗った．1920 年にはすでに建物が完成していたらしく，正面玄関の上部には「コペンハーゲン大学理論物理学研究所 1920」と明記し，さらにはこの研究所名で論文一篇が発表されている．しかし文部大臣や学長が出席して正式の開所式が行われたのは，翌 1921 年 3 月 3 日であった．因みに筆者の滞在当時，正面玄関を入った所にあった銘板（プラーク）には次のように記されていた：「大学附置理論物理学研究所，1920 年民間により寄付された敷地に国が建物を設置し，1926 年国際教育会議[*4]の資金援助を受け，コペンハーゲン市より提供された敷地に拡張された」と．

研究所の名称はゲッチンゲン大学の先例に倣ったというが，当時の‘理論物理’には‘新しい物理’のニュアンスがあったらしい．しかし種々の実験設備もあったことから，‘原子物理学研究所’とすればよかった，と

*1)　固有名詞の記法は多くの場合慣例に従った．デンマークでの発音は一般にこれとは大いに異なる．例えばエルステッド Ørsted は‘ウァステ’に近い発音となる．筆者が‘ボーア’と言っても街中では通じなかった．

*2)　両国初の理論物理学教授がそれぞれ原子模型で名を挙げたのは興味深い．

*3)　1956 年 10 月からの 2 年間，この研究所に滞在した．当時ボーアは 70 歳を少し過ぎていたが，なお矍鑠として研究所長を務めていた[1]．

*4)　ロックフェラー系の財団．

ボーアは後年述懐している．なおボーア生誕80年に当たる1965年には，「ニールス・ボーア研究所」と改称され，今日に至っている．

建物は3階建てで，1階が研究用，2階はボーア一家の住居に*5)，3階（屋根裏部屋）は育児室やメイド用の部屋などに，そして地下室は分光学中心の実験室に充てられた．しかし間もなく手狭になり，上記の銘板にあるように，1926年に初の拡張が行われる．研究所の向って右隣りに「ヴィラ」と呼ばれる2階建ての小さな建物が新設され，ここにボーア一家が移り住み，研究所2階は研究用となり，同3階は3つのアパートに改装された．その一つに早速住みこんだのが当時ボーアの助手となっていたW. ハイゼンベルクであった．このことが後に重要な意味をもってくる．

研究所はその後も次々と拡張・改善を重ねてゆくが，それに必要な資金調達の面でも，ボーアは極めて有能だったという．最初からの建物は，現在，「C棟」と呼ばれているが，その3階も何時の頃からか研究用となっており，実際1956年筆者に与えられた研究室はC棟3階のCc10室であった．

ところでこのC棟こそはボーア会心の工芸作品ではなかったか，と筆者は推測する．その理由は以下のとおり．かってC.F. フォン・ワイツェッカーが“ボーアは指物師の手をしていた”と述べたことがある*6)．実際，彼は子供の頃から工作が得意であり，家では木工・金工の道具ばかりか小型の旋盤までもが与えられていたという．理論家として大成した後も，実験家が実験装置のことで困っていると適切な助言を与えることもあったとか．建物の設計は専門家に任せたが，当然彼はいろいろと注文を付け，工事進行中にも絶えず現場を訪れ，それぞれの使用目的に最適なように設計を変更させたようである．ボーア工芸の粋とも言うべき面白い‘仕掛け’が二つ，いまでもC棟に残されている．

その第1は30 cm四方くらいの‘信号盤’である．ちょうど骰子の5の面の黒い目の所がネオンランプになっており，講義室ならばそれが前面の壁の右上に取り付けてある．講義中5個のランプが同時に明滅し始めると，これは“ボーア先生に電話”との信号であり，先生は静かに席を立ち，廊下に出てそこにある受話器を取り上げれば通話ができる．5個のランプの中，特定の4個が明滅すると，これは研究所No.2（筆者の滞在時にはC. メラー教授）への電話となる．以下同様で計31名への連絡が可能となる．この信号盤は他にも図書室やお茶の部屋，主な廊下などに取り付けてあった．

仕掛けの第2は，講義室の‘多層黒板’である．通常の階段教室におけるように横長の黒板が2枚重なっていて，その上面を押し上げれば下面，すなわち第2面が使える．さて問題の構造はここから始まる．この第2面は左・中央・右の3部に分れており，中央部を押し上げれば第3面が現れ，これはさらに左・右に2分されていて，左・右の部分をそれぞれ左・右へ押しやれば新たに第4面が現れるが，これは3層くらいから成り，次々と押し上げれば第4′，4″，…面が使えるというもの*7)．投影器など簡単に使えなかった時代，複雑な式は予め書いておけばよく，筆者などもコロキュウムのときに重宝したものである．

このように遊び心が研究の中に何喰わぬ顔をして入ってくる所が，ボーア研究所の特色の一つであった．さらに研究の際にも，指物師の手をしたボーアは，眼前に具体的な模型を想定し，ときにはそれを実際に作製して，自らの考えを押し進めて行ったようである*8)．

2. 研究の仕方

研究所には独特の文化があった．教祖的雰囲気を漂わせるボーア大先生の傍らに居ると，知らず識らずの中に，その文化に染まってゆくのであった．通常これは「コペンハーゲン精神」とも呼ばれているが，言うまでもなく，そこにはボーアその人の人柄が色濃く反映されていた．筆者の知るのは70歳を少し過ぎた頃のボーアであり，さすがに階段を2段ずつ上ることは最早なかったが，こと研究に関しては，後述のように，なお若々しい情熱を保っていた．

この文化は当然研究面にも具現されていたが，その特質を筆者なりに纏めれば以下のようになる：(1) 研究者は皆対等である；(2) 研究は他の何物（例えば良風美俗）よりも優先する；(3) 他人との徹底的な討論こそ研究には必須である；(4) 研究は各自がもっとも効果的だと思う仕方でやればよい；(5) 互いに遊び興ずる

*5) 当時のデンマークでは，施設の長は施設内に住むという慣わしであった．

*6) これに対して“ハイゼンベルクはピアニストの手をしていた”[2]．

*7) 上記は筆者の記憶する1950年頃の構造である．しかし古い写真を見ると，当初は左・右部のない小形黒板だったようである．

*8) 1937年の訪日時，自らの核反応理論を，持参した「玉ころがしのおもちゃ」を用いて説明したそうである[3]．

ことも，ときには必要である．以下にこれら要項の典型的な具体例をいくつか紹介しておく．

研究所の黄金時代（1920, 30年代）には，世界中から俊秀たちが蝟集したが，かのL.D.ランダウもその一人であり，1930年に5カ月ほど滞在した．そのときの一情景がいまでも語り種となっている：22歳の若輩が講義室のベンチに長々と寝そべり，立ったままのボーア先生が彼の顔を覗き込むようにして説得を続けていたという．ランダウにとってもっとも議論し易い姿勢（ポーズ）がこれであったのだろう——(1), (2)と(4)を象徴する風景である．

1926年10月，シュレーディンガーのコペンハーゲン訪問を契機として，ボーアとハイゼンベルクは量子力学の解釈問題（数学的形式にどのような物理的解釈を与えるか）についての研究を開始する*9)．先にも述べたように，当時ハイゼンベルクは研究所3階に住んでおり，夕食を終え一休みした頃，毎夜のようにボーアが彼の部屋にやって来て議論を始めるのであった．階段を2段ずつ上るボーアにとっては，ドアからドアまで3分もかからなかったであろう．殆ど合宿しての共同研究であり，夜遅くまで議論に議論を重ねたと言われている．恐らく月夜の晩には，研究所裏のフェレ公園を散策しながらのこともあったろう．その結果がかの「コペンハーゲン解釈」である．まさに(3)の典型であり，ボーア研究所による物理学への最大の貢献と言ってよい．

ところで筆者も滞在中に，典型的なボーア現象に遭遇した——日記によると1957年2月8日（金）午後の研究所コロキュウムにおいてである．この日の講師は当時シドニー大学の教授だったJ.ブラット，演題は「超伝導」であった．講師が客人で大物の場合，その紹介はボーア御大自らが行う．金属電子論で学位を取り，超伝導について論文を書いたこともあるボーアにとって，この問題には一家言があった．

ブラットは剽軽な人らしく，冗談を交え面白おかしく話を始めたが，事が核心に及ぶや雰囲気は一変する．ボーアが頻りと質問して話を中断するのである．しかも黒板の前に出て行って，老人らしくゆっくりゆっくりと式を書き始める——とてつもなく大きなΨに添字$\mu_1, \mu_2, \cdots$が付き，…時間はどんどん過ぎてゆく．痺れを切らしたブラットが遂に発言した：“ボーア先生，5分間だけ黙っていて下さいませんか．そうすれば5分以内に話を纏めますから”と．“ではよかろう”ということで話は再開されたのであるが，5分も経たない中に，またもやボーアが質問したのである．憤然としたブラットは“あなたは約束を破りました．私はこれ以上は話しません”と席に帰ってしまった．

一瞬座は緊迫したが，事態を救ったのは息子のA.ボーア教授であった．彼がいろいろと質問し，結局ブラットに5分以上もしゃべらせたのである．確かにボーアの行動は，世間の常識からするならば，客人に対して甚だ失礼なことではあった．しかし彼にとっては，物理について互いに十分理解し合うことのほうが，遥かに重要なのであった．上記の(2)におけるように，ここでは議論が世上の礼儀作法より優先したのである．

なお要項(4)はわれわれにとっても実に有難いものであった．仕事は何処に居てやってもよいので，別に毎日研究所に出て来る必要はないということになる．従って研究所をさぼって遊んでいても，どこかで仕事をしている筈と判断されたわけである．

3. 遊びの成分

要項(5)についても一言しておかねばならない．ともに楽しむことが，延いては研究面での協調に繋がる，さらには仕事と楽しみとを意識的に区別しないということであったろうか．筆者の滞在した1950年代にも，この雰囲気はなお色濃く残っていたが，先ずは1930年代の最も顕著な出来事から話を始めよう．

3.1 よく学びよく遊ぶ

1929年から，欧州の雲行きが怪しくなる1938年まで，研究所では毎年復活祭の休暇を利用して「復活祭研究会」が開かれていた．当時は原子核物理学の興隆期であり，この問題が議論の中心だったかと思われる．予めプログラムは作らず，話したい人は話したいだけ話してよい，という極めて自由な討論会であった．1931年の会にはG.ガモフも出席しており，遊びの面でも優等生だった彼が中心になって，研究会最終日に寸劇（パロディ）を上演した．その頃コペンハーゲンで上映中だったスパイ映画をもとに*10)，ボーアや研究所を揶揄し戯画化して大好評であり，寸劇上演はその後，研究会の恒例行事となる．

その寸劇史の中でもっとも有名なのが1932年の「コペンハーゲン・ファウスト」である．前年の経験を踏

*9) 波動関数に対するボルンの統計的解釈（1926）は物質の二重性を解明するものではなかった．

*10) その頃若者たちは気分転換と称し，ボーア先生をも誘って，近くの映画館に馬鹿ばかしい映画をよく見に行っていたらしい．

まえ，より本格的にやろうということで，ゲーテ没後百年に因み「ファウスト」が種本に選ばれた．M. デルブリュックが興業主となり，彼とワイツェッカーが協力して台本を書き上げた[4]．主を演じたのはF. ブロッホ，ただし付けていた仮面は明らかにボーア，ファウストのモデルは苦悩の生涯を送ったP. エーレンフェスト（ただし当時は存命中，演者は不詳），メフィストフェレスは当然W. パウリがモデル，演じたのはL. ローゼンフェルト．グレートヘンはニュートリノの化身であり，演じたのは当時研究所の外人たちにデンマーク語を教えていた妙齢の女性エレン・トヴィル（後のV. ワイスコップ夫人）であった．台本は労作でまことに楽しいが，朝永（振一郎）先生による名訳があるのでここでは立ち入らない[5]．

1937年ボーアは夫人と次男のハンスを伴い，世界旅行を行った．1月17日（推定）コペンハーゲン発，北米・日本・中国・ソ連を歴訪，漸く6月22日に帰着した．そのためこの年の研究会は4月から9月に延期された．ここでの演し物はジュール・ヴェルヌの「八十日間世界一週」をもとにしたようで，「ファウスト」に次ぐ出来映えだったという．復活祭研究会は，先述のように1938年が最後となった．第二次世界大戦前夜のことであり，国外からの出席者も殆どなく，寸劇上演も行われなかったようである．

ボーア全盛時のもう一つ愉快な行事は「冗談物理学雑誌（*Journal of Jocular Physics*）」の発行である[6]．彼のような大先生の場合，節目の誕生日には厳めしい‘記念論文集（フェストシュリフト）’が弟子たちから献呈されるのが通例である．しかし厳めしい論文ばかりでは贈られる側も読むのに大変だろうとの深謀遠慮から，ボーアの50歳，60歳，70歳の誕生日には，謄写版刷りの*JJP*誌 vol. I, II, IIIがそれぞれ記念論文集とともに献呈された．ここにはボーアや研究所，さらには物理学者や物理学界を揶揄した面白おかしい文章が集められていて，冗談好きのボーアも大いに喜んだらしい．

とくに感心するのは1945年（終戦の年）に発行されたvol. IIである．戦時中英米両国に避難していたボーアが帰国したのは8月25日，誕生日は10月7日であるが，この戦中・戦後の困難な時期にも*11)，なお遊び心を失わなかった関係者には敬服の他はない．

雑誌の性格を示すために掲載論文の中から2篇だけを紹介しておく．ワイスコップ著「冗談の相補性的哲学」（vol. I）．深遠な哲学的議論の結論だけを述べれば“真理と明晰性，事実と冗談はそれぞれ互いに相補的であり，冗談は事実ではあり得ないが真理を含み得る”．H. カシミア著「Broken English」（vol. III）．この科学者の共通語を言語学的に分析した結果，著者は次のように勧告する：“当該言語の最大の特質である‘形式の自由さ’をばフルに活用し，各自それぞれのブランドを創るように務められよ”，と．

3.2 よく遊びよく遊ぶ

これまで筆者は世界のあちこちの大学や研究所に長・短期滞在してきたが，此処ほど頻繁にパーティの行われていた所を他に知らない．先ずは研究所全体のパーティであるが，筆者の滞在時には年に2回は開かれていた．当時の研究所には，事務や技術の人々を含めて約百人くらいが勤めていたが，これら全員が家族とともに招待される．会場が研究所であれば地下の「Uホール」，ボーア邸ならば「ポンペイ・ホール」が充てられた．因みにボーア邸は，「カールスベア醸造所」（ビール）が無償で提供していた「栄誉の家」と呼ばれる宏壮な館——まさにパレス——であり，百人程度なら優に受け入れることが出来た．

パーティはボーア先生の挨拶で始まるが，先生の発音はまことに聞き取り難い．盛んに冗談を言われるらしく皆ドッと笑うのだが，デンマーク語なので筆者にはよく分からない．途中で話しているのがデンマーク語だったことに気付いて，“あ失礼”と言って英語に変わることもある．続くメイン・イヴェントはデンマーク音楽中心の室内楽だったり，ボーア先生お好みのチャップリンの短編映画だったり，あるいはA. ボーアやB. モッテルソンが冗談物理学の講義をやったこともある．またあるときは会場から数人が呼び出され，それぞれが与えられた問題を解く，というショウだったこともある．その問題とは，“机上にある材料で酸素原子の模型を作れ”とか，“化学分析により与えられた白粉（実は砂糖）の正体を明かせ”といった類．解答者がヘマをやるのを周りからワイワイ野次るのである．

この辺りで飲物や軽食が出てくるのだが，前者は勿論産地直送のカールスベア・ビールでふんだんに飲める．最後はボーア邸の場合ならば彫刻で飾られた美しい庭園や温室，さらには隣接した植物園を散策するのだが，Uホールの場合には決ってダンスであった．

このような研究所全体のパーティの他にも，個人同士のパーティも多く，とくに夜の長い冬季には殆ど毎週のように何処かに呼ばれていた．ここで特筆してお

*11） 戦時中，研究所は独軍に接収されていた．

きたいのは，ボーア邸に少人数で招かれたパーティのことである．2年間の中に3, 4回はあったかと思うが，これは筆者にとってまさに至福の時であった：ボーア先生や家族の人たちと話し合ったり，邸内に飾られている絵画や彫刻，そして栄誉の家それ自体を心ゆくまで鑑賞出来たからである．とくにボーア邸で過したクリスマス・イーヴは終生忘れ得ないと思う*12)．こうした喜びは，自ずと研究意欲の昂進に繋がっていたようである．

4. 開かれた研究所

デンマーク初の本格的物理教室を目指した研究所ではあったが，瞬く間に国際的な存在となる．原子物理学のメッカとして各国から俊秀たちがコペンハーゲンへと集まって来たからである．手許に開所以来の10年間に研究所を訪れ，かなりの期間滞在した研究者のリストがある[7]．延べ77名であり，その中にはクラマース・ハイゼンベルク・パウリ・ディラック・ヨルダン・ランダウ・クライン・ガモフ・ハイトラー・ポーリング・…の名が見える．

驚いたことに，例えば1926年10月——シュレーディンガーが研究所を訪れボーアやハイゼンベルクと波動力学の解釈を巡って激論を交していた時点で，何と日本人が仁科芳雄をはじめ計5名も居たのである*13)．まさに，'開かれた研究所' の嚆矢であり，'国際（交流ではなく）直流' の受け入れ口の観があった．これら訪問者は研究所から奨学金（ラスク・エルステッドー，カールスベアー，ロックフェラーー財団等による）を貰っていたが，先述のようにボーアは資金集めにも長けていたのである．訪問者の中には理論物理学者の他に実験物理学者や化学者も含まれていた事実にも注目せねばならない．研究所（C棟）の地下室が実験用に充てられていたことは先にも述べたが，当初は分光学や簡単な放射能実験（病院から借りてきたRaや，ノーベル賞の金メダルを用いたりした）に限られていたが，1930年代に入り，研究の重心が原子から原子核へと移行するに伴い，種々の低エネルギー加速器（数MeVのコッククロフト・ウォルトン，サイクロトロン，ファンドグラーフ）が設置された．筆者の居た1950年代には，これら加速器を用いた精密測定（エネルギー準位・クーロン励起等）が行われていた．

化学関係では初期のG. ヘヴェシーの存在が傑出している．先ずD. コスターとの協力の下，新元素ハフニュウム（原子番号72）を発見してボーア模型を支持し，その後は各種同位元素の研究・同位体トレーサー技術の開発などに成果を挙げ，1942年にはノーベル化学賞を受けている．

このように研究所は理論・実験両面での国際的研究センターとなったが，1940年代になるとナチ政権を嫌ってここへ避難してくる人も出始める．こうした人々をボーアは快く受け入れたばかりか，米国などに職を探してやったりもした．この種の関連資料は，しかしながら，後難を恐れて即刻処分されたようで，いまとなっては詳細を知る術はない．

1950年代中頃には研究所の構成に二つの異変が起きる．その第一がCERN理論部の併設である．CERN設立の動きは1951年頃に始まったが，1953年秋には，先ずその理論部がボーア研究所に間借りして発足する．研究室不足を補うため，筆者の居た頃には，C棟前の空き地に平屋のバラックが建てられていて，研究室が5, 6個はあったかと記憶する．ただし研究はボーア研究所と一体化して行われており，例えば筆者と同室のA. ピーターマンはCERN所属であった．しかしCERNが整備されるに及び，この理論部は1957年10月にはジュネーブに移った．

これに代わって同年9月にはNORDITA（北欧理論原子物理学研究所）が，C棟の向って左側のB棟*14)に設置された．北欧五カ国の若い研究者を招いて教育することを目的としたもので，研究面に関する限り，これまたボーア研究所と一体化して運営されていた．またボーア研究所の研究スタッフ（客員も含め）を加盟国に派遣して，出前講義を行わせる，といったプロジェクトもあったようである．

1960年代に入ると研究所にタンデム型ファンドグラーフ（10～12 Mevの陽子加速）を設置することとなったが，研究所敷地にはその余裕がなく，原子力研究所のあるリソーに建設された．この場所も現在は「ボーア研究所」と呼ばれている．漸くこの段階でボーア研究所は，NORDITAをも含め，共同利用研究所的な色彩を帯びてくる．

---

*12) デンマークのクリスマス・パーティは家族だけのもので，一般に客は招かない．しかし研究所に来ている外人で未婚の若者は例外であった．

*13) 他に堀健夫・杉浦義勝・木村健二郎・青山新一（後二者は化学者）．

*14) 以前は数学の研究所だった建物．

えぴろーぐ――研究所のいま

2010年，筆者は久々にボーア研究所を訪ねてみた．現在研究所内に設置されている「ニールス・ボーア・アーカイヴ」で調べ物をするためにである．かっては数棟だった研究所は13棟（以上？）にも拡張され，それらが地上・地下で複雑に連結されている．廊下の掲示板から判断する限り，現在は原子物理の他にも宇宙–・生物–・環境– 物理をも含む大研究所となっているようであった．ニールス・ボーアという大所長の纏め役を失って，各部門がそれぞれ別個に活動しているとの印象を受けた．ボーアご自慢の多層黒板もいまは使用する人もなく，一部は銹びついて動かないようであり，信号盤に至っては，その用途を知る人も居ないようであった．

コペンハーゲン精神という独特の文化も，研究所の拡大に伴って希薄化し，果ては雲散霧消してしまい，最早ありふれた研究所の一つと化したかに見える．ニールス・ボーアその人が主宰する，いわゆる「ニールス・ボーア研究所」は，物理学が未だ手工業的段階にあった20世紀前半においてのみ存在し得た特殊な研究形態であったのか，と思われてくる．つまりは，量の増大が必然的に招いた質の変化ということであろうか．

東大史関係の情報を提供して頂いた小沼通二氏に謝意を表する．

参考文献

1) 亀淵迪，「図書」岩波書店，2005年6・7月号，9～11月号．
2) C.F. フォン・ワイツェッカー，“ハイゼンベルクの物理学”（田上・亀淵訳），「自然」中央公論社，1977年2月号．
3) “*Scientific Papers of Tomonaga*”, vol 2, ed. T. Miyajima, みすず書房 (1976), p.454.
4) 亀淵迪，「図書」岩波書店，2008年6月号；G. Segre, “*Faust in Copenhagen*”, Viking, New York (2007), p.221.
5) 朝永振一郎,「自然」中央公論社, 1964年1月号;「朝永振一郎著作集 8」みすず書房 (1982) にも所収, p.207.
6) 亀淵迪，「図書」岩波書店，2008年9月号．
7) P. Robertson, “*The Early Years—The Niels Bohr Institute 1921–1930*”, Akademisk Forlag. Copenhagen (1979), p.136.

（かめふち・すすむ，筑波大学名誉教授）

ボーアと仁科芳雄の周辺

岡本　拓司

日本でニールス・ボーア（Niels Henrik David Bohr, 1885–1962）について論じられる際，仁科芳雄（1890–1951）への言及が見られないことはまずない．仁科はボーアの下で5年半に及ぶ研究生活を送り，その間クライン・仁科の公式の導出（1929年発表）という業績を挙げ，帰国してからは理化学研究所（理研）の自身の研究室を拠点に日本に「コペンハーゲン精神」（というものがあるとして）を広めたとされ，1937年のボーア来日を実現させてもいる人物だからである．本稿でもこれらの事跡を紹介することを考えたが，すでに詳細を記した文献[1]がある．そこで以下では，ことによるとあまり意識されていないかもしれない周辺的な出来事を，僅かながら記してみることにする．

やや古い情報源ではあるが，ニールス・ボーア研究所が保管するボーアの書簡の簡単なリスト[2]によれば，日本とのやりとりで最も古いのは，長岡半太郎（1865–1950）を相手とする1913年のものであり，これは，ニュートン祭の葉書に記された，論文送付への礼のようである．その内容からは，ボーアの量子論的な原子模型が，長岡にとっては，自身の土星型模型と密接な関わりを持つ発展型であったことが分かる[3]．研究所に残る日本関係の書簡には，ほかに，福田光治（1887–1970），堀健夫（1899–1994），木村健二郎（1896–1988）などのものがあるが，やはり仁科関連のものが最も多い（54件）．

理研からは，仁科に先立って，菊池大麓（1855–1917）の息子で将来を嘱望された菊池泰二（1893–1921）がイギリスに派遣されていたが，アメーバ赤痢により客死し（1921年），次いで仁科が送られた．菊池とも仁科とも親しかった土井不曇（1895–1945）は，菊池の次に派遣されるのは自分ではないかと密かに期待していたが，この予想は外れた．土井は，翌年，来日したアインシュタインに反相対論をぶつけてあえなく散っている（その後も反相対論は元気に唱え続けたが）[4]．派遣された仁科は，ボーアに魅かれて留学先をイギリスからデンマークに移した．若い3人の物理学徒たちの運命の分岐点であったようにもみえる．

コペンハーゲン時代の仁科の業績として最もよく知られるのはクライン・仁科の公式であるが，ボーアの下で仁科が最初に手がけたのは元素のX線分析であり，最初はオランダのコステル（Dirk Coster, 1889–1950）に手法を学んだ．しかし，コステルが用いた方法では目的とするハフニウムの定量分析に困難があることに気づいた仁科は，新たな方法を考案し，以後しばらく，ボーアの下でこの分野の専門家としての役割を果たした．仁科は，結果の発表にあたってすでに帰国していたコステルともやりとりし，論文を共著とするといった配慮を見せている[5]．

このコステルは，この時期から15年ほどのちに，湯川秀樹（1907–1981）を最初にノーベル賞に推薦した人物である．推薦したのは1940年の賞で，推薦者はもう一人あり，長岡であった[6]．推薦状には特段の言及はないが，コステルが，湯川推薦以前から，日本の研究事情について一定の知識を持っていたことは確かであろう．

仁科は，1928年に帰国して以降，ボーアの来日を計画していたが，実現したのは1937年であった．この頃，理研では二つ目で当時としては世界最大（ただしアメリカのローレンス（Ernest Orlando Lawrence, 1901–1958）に倣ったもの）のサイクロトロンの建設が

進行しており，理論面でも，ボーア離日直後に注目を集めることになる湯川の中間子論などの成果が挙がっていた．ボーア来日は，遅れはしたが，よい時期であったようにも思われる．

学問的な討論は盛んに行われ，長岡によれば，ボーアが，昼食抜きで午前10時から午後4時過ぎまで質問に応じた日もあったという[7]．また，日本学術振興会と，雑誌『科学知識』を刊行する科学知識普及会が共同主催した一般講演会では，科学技術界（もっとも「科学技術」という語はこの時期にはない）の大御所たちが，若者たちに，奮起して世界に挑戦するよう訴える挨拶を披露した．これより2年前には，ロシアのパヴロフ（Иван Петрович Павлов, 1849–1936）が，日本の加藤元一（1890–1979）と呉建（1883–1940）をノーベル生理学・医学賞に推薦したという情報が伝わってきており[8]，『科学知識』でも日本人のノーベル賞受賞者候補を著名人に尋ねる企画[9]を実施するなど，科学界における日本の躍進を期待する声が高まっていた．東京会館で行われたボーア歓迎会では，パヴロフの推薦の際に，スウェーデン駐箚公使として，日本人ノーベル賞受賞実現に向けた働きかけを命ぜられた白鳥敏夫（1887–1949）も挨拶をし，量子論と色即是空の類似を説いた[10]．

ボーア離日直後に起こった日中戦争，続く第二次大戦，太平洋戦争を経て，次にボーアと仁科がお互いを意識したのは，日本への原子爆弾投下の頃ではなかったか．ボーア来日の際，仁科研究室の矢崎為一（1902–1970）は，ローレンスの，「君が偉大な物理学者にならうとしたら先づよい人間になり給へ」という言葉の実例をボーアにおいて発見したと述べ[11]，また仁科も，サイクロトロン建設に関して協力を惜しまなかったローレンスについて，「科学の発展は…これに携はる人の人格の如何による」[12]と考えるようになっていた．広島への原爆投下を知った仁科は，自分たちが辿り着かなかった原子力の兵器利用を，英米の同僚が実現させたことを，「米英の研究者の人格が49号館の研究者の人格を凌駕してゐる」[13]と評したが，思い浮かんだ顔には，ローレンスのみならずボーアのものも含まれていたかもしれない．仁科の1948年の文章には，ボーアが原爆開発に「多くの示唆と指導とを与えた」[14]との推測が記されている．ただし，日本への原爆投下のあと，ボーアが仁科を意識したかどうかは定かではない．

なお，原子物理学上の師弟は，研究を用いた兵器を生み出した側と使用された側に分かれながらも，その管理については似通った発想に辿り着いている．強大な破壊力をもつ核兵器を世界で共同して管理していく可能性については，ボーアは原爆製造が現実的なものになる頃から周囲に語るようになり[15]，仁科も，1946年には『改造』などに構想を発表していた[16]．

参考文献

1) 中根良平・仁科雄一郎・仁科浩二郎・矢崎裕二・江沢洋編，『仁科芳雄往復書簡集 I, II, III, 補巻』，みすず書房，2006–2007年，2011年，など．
2) *Sources of the History of North Africa, Asia and Oceania in Denmark* (München, New York, London, Paris: Saur, 1980), p.515.
3) Léon Rosenfeld, “Introduction,” in Niels Bohr, *On the Constitution of Atoms and Molecules* (Copenhagen: Munksgaard; New York: W.A. Benjamin, 1963), pp.XI–LIII.〔邦訳：L. Rosenfeld, 江沢洋訳・注，「ボーア原子模型の成立 (1), (2), (3)」，『自然』，**23** 巻，1968年，**4** 号，56–70ページ；**5** 号，54–67ページ；**6** 号，68–77ページ.〕
4) 岡本拓司，「アインシュタインが来る」，『科学技術史』，**9** 号，2006年，67–85ページ．
5) 中根他，『仁科芳雄往復書簡集 I』，前掲[1]，39ページ．
6) 岡本拓司，「ノーベル賞文書からみた日本の科学，1901年–1948年：物理学賞・化学賞」，『科学技術史』，**3** 号，1999年，87–128ページ．
7) 長岡半太郎，「ボーア教授を紹介する」，『科学知識』，**17** 巻，1937年，822–823ページ．
8) 岡本拓司，「戦前期日本の医学界とノーベル生理学・医学賞」，『哲学・科学史論叢』，**4** 号，2002年，21–56ページ．
9) 「日本人ノーベル賞受領候補者」，『科学知識』，**15** 巻，1935年，581–583ページ，730–733ページ；**16** 巻，1936年，82–85ページ．
10) 白鳥敏夫，『戦ひの時代』，第一書房，1941年，247–249ページ．
11) 矢崎為一，「研究室概観　理科学研究所原子核実験室」，『科学』，**7** 巻，1937年，292–295ページ．
12) 仁科芳雄，「アメリカの科学」，『理想』，**109** 号，1940年6月，655–666ページ．
13) 中根他，『仁科芳雄往復書簡集 III』，前掲[1]，1142ページ．
14) 仁科芳雄，『原子力と私』，学風新書，補訂版，1951年，130ページ．
15) 西尾成子，『現代物理学の父　ニールス・ボーア』，中公新書 1135，1993年，227–257ページ．
16) 仁科芳雄，「原子力の管理」，『改造』，**27** 巻 **4** 号，1946年4月，21–28ページ（仁科，『原子力と私』，前掲[14]，45–61ページ）；同，「原子力と世界平和」，『改造』，**32** 巻 **8** 号，1950年8月，41–47ページ．

（おかもと・たくじ，東京大学大学院総合文化研究科）

ボーアとハイゼンベルク

第二次世界大戦中（1941）のハイゼンベルクのボーア訪問



山崎　和夫

本題に入る前に，戦前の両者の格別親密な師弟関係を重複を避けて手短に復習しておく．

1. 両者の幸運な出会い

その出会いがあったのは1922年6月の“ボーア祭り”と呼ばれる物理学史の世界では有名な，ゲッチンゲンにおけるボーアの原子物理学理論に関するゼミナールのときで2週間にわたるボーアの連続講義（月，火，水の午前に行われた）の第3回目の午後，ハインベルクの森への長い散歩中であった．それは午前のボーアの講義で，当時20歳の若い学生ハイゼンベルクの発した鋭い質問に驚いたボーアが，午後の散歩に誘って実現したものであった．

1900年のプランクの熱輻射理論とエネルギー量子仮説の導入，そして1905年のアインシュタインの光量子仮説．まだこの段階ではそれらが何に関する話であるのかは不明確であった．ところが1911年のラザフォードによる原子核の発見に基づくその原子構造模型に対する1913年のボーア理論によって，初めて量子が，極微の世界の原子構造を解き明かす鍵であることがはっきりと認識された．さらにボーアによる化学元素の周期律表の理論的解明の手がかりは，その理論の信憑性を大きく高めた．その頃の原子に関する情報の大半は各原子が発する特有のスペクトル線の精密実験であった．当時の原子物理学の世界の3大中心――ミュンヘン（ゾンマーフェルト），ゲッチンゲン（ボルン），コペンハーゲン（ボーア）――におけるその問題に迫るアプローチの仕方は，それぞれ非常に違っていた．

ゾンマーフェルトは，実験物理学者から入手する原子スペクトル線に関する最新の実験データから，その現象に関与する電子の軌道とその量子数を導き出すことを主眼とする現代風に言うなら現象論的アプローチであった．彼の学生であったパウリに数の神秘教と皮肉られても，実験値と合う数式こそ正しい物理と信じて疑わなかった．彼は古典力学の難問「独楽（こま）」に関する著書や流体力学の複雑な非線形偏微分方程式の取扱いを得意とする優れた数理物理学者であったが，とにかく実験値と数式から物理学に迫るタイプであった．

ボルンは，ガウス以来の伝統を引き継ぐ数学の牙城ゲッチンゲンで，物理に興味を持つ数学者ヒルベルトと共にいた．彼も数学に強い理論物理学者であったが，ボーア祭りのお膳立てをしたのも彼であった．しかしゾンマーフェルトとは異なり，実験値からと言うより，理論の基礎方程式から，（近似的解法は認めても）厳密な数学的手法によって物理的問題に迫るというタイプであった．1925年の量子力学（の行列形式）の発見のときにも，ハイゼンベルクの知らなかった行列も彼はよく知っていた．

ボーアは上記の2人とは正反対に，まず哲学的な考察から現象に迫り，現象の中に何らかの規則

性，法則性あるいはさらに深く自然の秩序を示す特性が認められれば，それを推測と直感で不完全ではあっても言葉で捉えようと努め，それらの法則性を表現する物理的な数式に首尾一貫性のないことなど意に介せなかった．それで古典物理学と量子論とを足して2で割ったようなボーア流のいわゆる前期量子論で，ラザフォード流のミニ太陽系モデルでは古典論に頼り，量子条件と呼ばれる原子内の電子軌道の選び方では量子論を用い，さらにスペクトル線の説明には現象論的な結合原理を取り入れ，化学の周期律も考慮して，それらの間の既存の理論による説明の矛盾に目をつむり，ご都合主義的に各現象ごとに使える理論で説明しても気にしなかった．こうしたアプローチはゲッチンゲンやミュンヘンの基礎方程式あるいは実験式から物理に迫ろうとする正統派には到底受け入れ難かった．これらの数学的な矛盾より，ボーア理論の核心は原子の安定性（それは物質の安定性とも言える）と同一性の重視というむしろ哲学的な問題の捉え方にあった．原子の安定性とは，原子が化学変化や温度変化等で別の物質になっても，また元に戻せば完全に元通りの同じ原子に戻るという事実である（原子核反応の起こった場合を除く，つまりここで言う原子の安定性とは，現在の視点では化学的変化等に対する原子核の不変性を意味する）．また原子の同一性とは，常に全く同じ原子が現れ，少しだけ違った原子は存在し得ないという事実である．このような原子の安定性と同一性とは，古典物理学では到底説明できない事実である．これがそもそものボーア理論の原点であった．従って数式が先にあるのでなく，上記のような原子の特性の理解は古典論では初めから無理なことが解っていた．このような原子の理解を目標にするという捉え方こそ，ボーアならではの哲学的問題設定であり，数式でそれを表すことは難しい．ボーアの名が冠せられる対応原理と相補性原理は共に言葉で言い表せても数式ではなかなか表せない．量子数を無限に大きくしたときに量子論は古典論と一致すると言う対応原理は前期量子論から量子力学への発展で，大きな役割を果たしたとはいえ，これだけでは一つの指針ではあっても，なかなか数式にならない．未知の物の極限が既知の物になると言われても，逆なら有り難いが難しい．またもう一つの量子力学のコペンハーゲン解釈の2大支柱であるボーアの相補性原理とハイゼンベルクの不確定性原理はまさしく両者の徹底的な討論から生まれたものであるが，やはり両者のアプローチの違いを良く反映している．相補性原理ではミクロの世界で，古典的描像では相矛盾する粒子像と波動像の相補性に基づく直観的理解は，言葉では説明できても数式で表すことは至難の業と思われるのに対して，不確定性原理のほうは一見比較的単純そうな不等式でその本質は表現でき，γ 線による思考実験でその物理的証明が与えられていることがそれである．ハイゼンベルクは先輩であり親友であったパウリに非哲学的とレッテルを貼られ，1925年のハイゼンベルクの量子力学への第一歩を知ってクラマース宛の手紙（文献3）のp.61）で，“私はハイゼンベルクがコペンハーゲンのボーアのもとで，少しばかりの哲学的思考を学び，純粋に形式的な物にはっきり背を向けていることを認めて喜んだ…” と書いている．文献10）もあわせて参照していただきたい．

このハインベルクの出会いで交わされた語らいの詳細は文献1）の第3章に詳しいが，散歩から帰ったボーアは友人に “彼には何でも解っている” ともらしたそうである．（文献3）のp.36）またハイゼンベルクはボーアと親しくなった後年 “あのときまで，僕はゾンマーフェルト式の物理学しか知らなかった．あなたの講演に接したとき，その個々の点を全て理解できたとは言えないが，まるで突如として原子物理学の真の関連性を会得したという気がした．”（文献3）のp.36）と手紙に書いている．

2. 両者の至福・最高の師弟且つ16歳の年齢差にもかかわらず心の許せる盟友関係

このテーマについてはあまりにも有名であり，多くの書物にそれぞれ少しずつニュアンスの違った



コペンハーゲンでのセミナーにて（1920 年代末頃）．最前列左よりクライン，ボーア，ハイゼンベルク，パウリ，ガモフ，ランダウ，クラマース．

紹介があるので，適当な参考文献を見て頂きたい．例えば『部分と全体』[1]では多くの章でボーアとの対話が生き生きと再現されている．ハイゼンベルクは前節のボーアとの出会い以来，彼を学問の恩師・学父・親友と慕い 1924 年から 1939 年の第 2 次世界大戦の勃発まで，ほぼ毎年学期間の休暇にはコペンハーゲンのボーアの許を訪れて長期滞在し，家族込みで親交を深めた．また 1933 年の復活祭の休暇にはハイゼンベルクの所有するバイエルンアルプスの山小屋へボーアとその息子を招き物理学者仲間と一緒にスキーを楽しんだりもしている．二人は学会やその他の機会に顔を合わせることも多く，会って話し合えないときには手紙も良く交換された（国際電話もつながり難く，メールも携帯もない時代である）．ボーアのほうでもハイゼンベルクを最も信頼の置ける愛弟子として遇し，両者は学問上のことはもちろんその他のことでも，意見の合わないときには徹底的に二人で話し合って解決するのを常としていた．それぞれ個性も性格も異なる二人の巨人が，これほどしばしば，また深く徹底的に話し合ったのは歴史的にも稀なことではなかろうか？ ハイゼンベルクの量子力学の発見に対する 1932 年度のノーベル賞単独受賞も，ボーアの強力な推薦が効いたと言われている．

3. 1941 年 9 月のハイゼンベルクのコペンハーゲン訪問とその悲劇的な結末

このテーマについて第二次世界大戦後，非常に多くの論説や記述があり，マイケル・フレインの 1998 年の戯曲“コペンハーゲン”は，ボーア，ボーア夫人，ハイゼンベルクを演じるわずか 3 人の登場人物の会話から成り，ロンドン，ニューヨーク，東京を初め全世界で上演され，当時はかなり話題になったほどである[4]（私自身ドイツで一度観たことがある）．しかし悲しいことに，それらはほとんどすべて，文献 5) の p.7 にあるように，“党派によって憎しみと好意とが歪み　歴史の中で彼の人物像が揺れ動く…”（シラーの『ワレンシュタインの野営』のプロローグの一節），を引用してハイゼンベルクの友人クラマースが，“そんな風にして，君も後世の中へ入っていくだろうよ！”と言っている．即ちハイゼンベルクを「ヒットラーのために原爆を造ろうとした悪玉」と捉える主としてユダヤ系アメリカ人物理学者らおよびその影響下にある物理学者と，主としてドイツ系の（私を含めた）ハイゼンベルクを擁護し尊敬する物理学者の見解は，ほぼ真っ向から対立するというわけである．前者は多数派で後者が少数派であるためにハイゼンベルクはその挙げた数々の業績に比べて国際的な評価は低い（日本での評価はそれほど低くない）．この種の論説を書くのに中立的公正な立場は結局不可能なので，迷った末に私の信ずる通りに（ハイゼンベルク非悪玉説で）書かせて頂くことにする．私の知る限りでは，科学史家でハイゼンベルクの弟子で私の友人でもある H. レッヘンベルク博士の論説[6]がその件について最も詳しく，科学史家らしく現存する多数の手紙その他の関係文献に基づく論証もはっきりしている．ドイツ語の原文で 30 ページ，400 字詰めで 120 ページもあろうか？ 脚注は 121 ある．アメリカ人ではあるが，トマス・パワーズの『なぜ，ナチスは原爆製造に失敗したか―連合国が最も恐れた男・天才ハイゼンベルクの闘い―』[7]（邦訳では，上・下 2 巻で 900 ページの大作）にもかなり詳しく私の見方では中立的な記述がある．実際戦前のハイゼンベルクの実力を直接知っていた当時の物理学者には，あの男がドイツ側の“ウラン計画”の責任者なら，ひょっとすると原爆をも造るのではないか？と恐れたのはもっともな面もある．（ヒットラー・

ドイツの実情を知らないので）実際に1944年12月には中立国スイス・チュウリッッヒでハイゼンベルクのS行列理論の講演会の際にアメリカのOSS（CIAの前身）のスパイによるハイゼンベルク暗殺未遂事件があった．ハイゼンベルク夫人の追憶[5]のp.119に書かれているように，戦後そのスパイ本人モー・ベルグの書いた“スパイ”と言う表題の著書が，ハイゼンベルクに送られてきたそうである．上記パワーズの著書の邦訳の下巻のかなりの部分はこの件に絡む話である．他にもハイゼンベルク悪玉説にもっともな説得力はある．例えばハイゼンベルクの『部分と全体』の第14章に書いてあるように，第二次世界大戦の始まる直前の夏の訪米中にフェルミに会ってその説得を振り切って，さらにコロンビア大学やハーバード大学などからの破格の待遇での招聘をも振り切って，ヒットラーのドイツへ帰っていったハイゼンベルクは，結局彼はヒットラーを，それほど嫌いでないのだと思われたとしても無理もない話に思える．しかしヒットラー・ドイツにおける愛国者ハイゼンベルクの苦悩と，本稿に綴った彼の悲劇性とは，独・日という同じ敗戦国民にしか真の理解は不可能なものと思われる．現実にはヒットラーが政権を握った1933年，その年に（前年度の）ノーベル賞を受賞したハイゼンベルクは，すぐに来たヒットラー総統との連帯の挨拶への誘いを断り，以後何かにつけて，例えばその当時禁制であったユダヤ人アインシュタインの相対性理論を大学で講義し，白いユダヤ人のレッテルを貼られ，ゾンマーフェルトの後任としてのミュンヘン大学教授就任を文部省につぶされ，とにかくハイゼンベルクはナチス側からは要注意人物とみなされていたのは確かであった．それでも彼は例えばプランクやラウエのように，はっきりと反ナチを宣言して引退する道は選ばなかった．この人たちは既に現役の物理学者を引退していたが，ハイゼンベルクは40才にもならぬ第一線の研究者であり，何人かの教授が反ナチを宣言して抗議の辞職をしても，何の政治的効果もないことをプランクに諭されて解っていた．それよりも愛するドイツ科学の戦後の再建に役立つために苦しい弾圧に耐えて生き抜くことが彼の眼目であったから，アメリカからの移住の勧めに乗って戦後のドイツ科学を担うべき若い仲間を置き去りにして自分だけ楽をして，戦争が終わったら祖国（ハイゼンベルクはこの言葉を1933年以来2度と使わなかったが）へ帰って，はいそれでは再建のお手伝いをしましょう，とはいかないことも彼は解っていた．

しかし不運にも戦争の始まる8カ月前にドイツで，化学者オットー・ハーン等によって核分裂反応が発見され，そのとき発生するそれまでの化学反応とは桁違いのエネルギーの大きさは，すぐに物理学者仲間に注目された．1939年初から数カ月はその件に関する論文が世界の学術雑誌を賑わしたが，やがて各国の軍部がその意味することに気づき，すぐに軍事機密としてその種の論文は世界中で姿を消した．ヒットラーは常々世界一のドイツ科学に基づく新兵器による世界制覇を宣伝していて，戦況が不利になるほどますます声高に新兵器を叫んだが，彼には桁違いのエネルギーと言われても理解できず，せいぜい現存の10倍ぐらいの超高性能爆薬ぐらいの認識しかなかったような気がする．それでも原子核反応の発見のお膝元ドイツでは，戦争が始まるとすぐに軍需省の下に“ウラン・プロジェクト”と名付けられる秘密組織が作られ，ドイツの各地の研究所や大学でその研究が進められた．ハイゼンベルクも所属するライプチッヒ大学で初期の原子炉の開発に取り組んでいた（物理学者はハイゼンベルクを含めて2人）．やがてベルリンのカイザー・ウィルヘルム物理学研究所が“ウラン・プロジェクト”の中心となり，学問的実力からハイゼンベルクがその実質的研究開発のリーダーに選ばれたが，形式的な責任者（長）になったことはなかった．実質的にはアメリカのマンハッターン計画のオッペンハイマーに対応する仕事である．それでも戦後明らかになったように予算規模では（私は正確には知らないのだが）それこそ2桁も3桁も違っていたようである．ドイツの“ウラン・プロジェクト”は当時ウラン機械と呼ばれていた原子炉の開発を目指し，原子爆弾

には全く無縁であったことは多くの当時の極秘書類として保存されていた資料（例えば文献6)）でも明らかである．それはウラン235の分離の技術的困難さに対するハイゼンベルクの過大評価にもよるが，1942年6月4日のナチス・ドイツの軍需相シュペーア以下の面前でこの件に関する決定的会議があり，ハイゼンベルクの報告によって，原爆はこの戦争には間に合わないと結論されたからである．ハイゼンベルクの話には真相を隠してびくびくしながらでなく，その時点で本心からそう信じていたから説得力があった．

それでは本題の1941年のハイゼンベルクのコペンハーゲン訪問に入ろう．これについての文献も非常に多数あり，私の知らない物も多い．ハイゼンベルクやその夫人，あるいはレッヘンベルク，A. ヘルマン等の著書にもいろいろ書いてあるが，文献4) はボーア側の記述であり，ボーア夫人のマルガレーテは連合国側の見方を代表していると思える．ただ，被占領国民の占領国暴虐ナチス・ドイツに対する怒りから，その戯曲のようにハイゼンベルクを占領国ドイツの代表者として追及しているのは，理解はできるが彼女はそれほどハイゼンベルクを嫌っていたとは信じられない．1924年から10年以上ボーアの愛弟子として，家族皆であれほど信用し評価していたというのに！ もし事実がそうなら国と国との戦争で，それぞれの国で重きをなす両者が立場上敵味方になることの恐ろしさを今更ながら思い知らされる．ボーア本人はそれほどまでではなかったようであり，レッヘンベルクによると，記録に残っている限りでは，戦後ハイゼンベルクの書いた物とボーアの書いた物とに矛盾はないようである．ノーベル賞受賞者でもある息子オーゲ・ボーアは残念ながらハイゼンベルク悪玉説であるようだ．とにかく西欧民主主義国家に生まれ育った人には悪名高い独裁国スターリンのゲー・ペー・ウー，ヒットラー・ナチスのゲシュタポ，あるいは旧東独のシュタージ等の家族の中でさえ本音を言えない場合もあり得るほどの秘密警察組織国家の恐ろしさを，本当に理解することは不可能と言われている．従ってそれを避けるために選んだ問題のハイゼンベルクとボーアの二人だけの散歩の際にも，ゲシュタポの監視・盗聴の耳目を恐れていた．このようなわけでハイゼンベルクが国家の最高機密である原爆の開発の件を，1941年9月の時点でドイツではそれが原理的に可能であることが解ったと小声でボーアにささやいたときに，ボーアは予期しなかった情報を耳にして驚愕のあまり，ハイゼンベルクのそれに続くささやきで，但しそれには莫大な技術的投資と時間が必要で，到底今の戦争には間に合わないだろうという本質的な情報に注意を払う余裕はなかったか，あるいは聞き漏らしたというのは本当だろうと私は思う．もしそのことの証拠をゲシュタポに握られたなら，ハイゼンベルクは国家反逆罪で即死刑は自明であった（ボーアはこのハイゼンベルクとの出会いの内容をイギリス宛に書き送り，それは暗号化されてスウェーデン経由で一部切り取られて判読できない形で到着した．他方それはドイツ軍情報部の手中にも落ち，ハイゼンベルクは一時際どい立場にあったという．もし読める形であったならボーアとハイゼンベルクの命はなかったであろう．文献6) の脚注115による）．物理学者の国際的連帯家族意識の健在をこのときまで固く信じていたハイゼンベルクにとって，戦前あれほどまでに信頼し合い，以心伝心ができた恩師であり親友・盟友でもあったボーアとさえ解り合えないという，戦争の現実がこれほどまでに厳しいという悲劇性がハイゼンベルクを打ちのめした．ハイゼンベルクが死ぬまで癒されなかった痛恨は，遂にボーアとの関係を元に戻せなかったと言う思いであったに違いない．ハイゼンベルクが自分の妻エリザベートにボーアとの今回の最初の出会いのあった日の晩（1941年9月16日）に書いた手紙が存在し（文献6) p.170），その中で彼は“ボーアと人間的な話題についてはすぐ解り合えたが，政治的な問題についてはうまくいかなかった．ボーアのような人物においてさえ，思考，感情そして憎悪（ヒットラー・ドイツに対する）を完全には分離できないのが納得しがたかった”と書いている．さらに文献6), p.189に掲載されてい

る戦後最初のボーアからハイゼンベルク宛の手紙（1945年10月21日）で，ボーアは“誕生祝いの手紙をもらって大変嬉しかった”とお礼を述べ，戦前と変わらぬ調子の親しげな文章で，“戦時中も君のことをしばしば思い出していたし，今やっと平和になってなるべく早くまた会って，我々の昔の共同研究を再開したいものだ”と書いている．この頃のボーアには，戦前の信頼関係がまだ残っていたようである．その後も両者はいろいろな機会に何度も顔を合わせているが，このような複雑な関係の修復にはやはり時間をかけて二人だけで戦前のように徹底的に話し合う必要があった．しかし遂にその機会は持てなかったようである．

それが一変したのはR. ユンクの著書『千の太陽より明るく』のデンマーク語訳が出た1957年で，その本の中での，原爆を開発し，それの広島・長崎への投下を許した連合国側の物理学者を悪玉に，対応するドイツ側の物理学者を讃えるような書き方にボーアがひどく感情を害したときからであるようだ．さらにハイゼンベルク悪玉説の文献に良く出てくる話（例えばボーアが1957年以後に書いたが投函されなかったハイゼンベルク宛の手紙の草稿や，パイスの書物等[8]）にハイゼンベルクがその時点（1941年秋）でヒットラー・ドイツ軍の勝利は間違いないと確信してそう言った，というのがある．それはボーアの研究所の食堂で他の所員も同席した昼食時であったり，所長室であったりして，ドイツ側の盗聴の恐れが大であったところで，ハイゼンベルクは意識的にそのような発言をしたと思われる．事実盗聴されていたことは上記したボーアの判読不可能な手紙の件でも明らかである．1957年以後もボーアが関係修復を何度か計ってハイゼンベルク宛の手紙を書こうとして，その草稿を書きそれがボーアの没後40年の2002年2月にボーア文書館から公開された．その詳細は文献6)の第7節，pp.186～191に譲る．ボーア側からも2人で徹底的な話し合いを望んだようである．1957年の手紙の草稿と1961年のハイゼンベルクの60歳祝いの手紙とそれに対するハイゼンベルクからの心からのお礼の手紙があり，ボーアのこの件に関する文献11個が公開された．しかしなぜだか1961年の物以外は投函されない草稿またはそれの修正であった．ボーアの口述をタイプしたボーア夫人が，もし戯曲“コペンハーゲン”のように本当にハイゼンベルクを憎悪していたのなら，彼女がボーアの草稿を握りつぶしたのかも知れないと私は思ったりするが．

余談ながら，私がハイゼンベルクの門下にいた1957年10月から1972年3月（途中4年のブランクはあるが）までに，所長室で彼の背後の壁に額縁に納められていた写真は，最初の頃はゾンマーフェルトであり晩年にはアインシュタインであった．この悲劇がなければ当然あったはずのボーアの写真はなかった．

引用（参考）文献

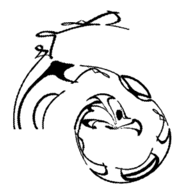
1) W. ハイゼンベルク著，湯川秀樹序，山崎和夫訳『部分と全体』みすず書房 (1974).
2) W. ハイゼンベルク著，H.P. デュル編，山崎和夫訳『科学における伝統』みすず書房 (1978).
3) A. ヘルマン著，山崎和夫・内藤道雄共訳『ハイゼンベルクの思想と生涯』講談社 (1977).
4) M. フレイン著，小田島恒志訳『コペンハーゲン』ハヤカワ演劇文庫 (2010).
5) E. ハイゼンベルク著，山崎和夫訳『ハイゼンベルクの追憶――非政治的人間の政治的生活――』みすず書房 (1984).
6) H. レッヘンベルク著 “Kopenhagen1941 und die Natur des deutschen Uranprojektes” im『Werner Heisenberg 1901–1976』Beitrage, Berichte, Briefe Beschrift zu seinem 100. Geburtstag S.160–191 Abhand. d. Säktischen Akademie d. Wissenschaften zu Leipzig Math.-naturwiss. Klasse Band 62 (2005).
7) T. パワーズ著，鈴木主税訳『なぜ，ナチスは原爆製造に失敗したか――連合国が最も恐れた男・天才ハイゼンベルクの闘い――』（上・下）福武書店 (1994).
8) A. Pais 著 “Niels Bohr's Times, In Physics, Philosophy and Politics” Oxford 1984（邦訳：西尾成子・今野宏之・山口雄仁共訳『ニールス・ボーアの時代1, 2』みすず書房（1巻：2007, 2巻：2012））; S. ローゼンタール編，豊田利幸訳『ニールス・ボーア』岩波書店（1970, 原著：1964）; S.A. ハウトスミット著，山崎和夫・小沼通二共訳『ナチと原爆―アルソス：科学情報調査団の報告』海鳴社（1977, 原著：1947）.
9) R. ユンク著，菊盛英夫訳『千の太陽より明るく――原爆を造った科学者たち――』平凡社 (2000).
10) 「数理科学」2012年9月号，特集「ハイゼンベルク」p.14 他.

（やまざき・かずお，京都大学名誉教授）

特集／ボーア

核兵器の国際管理と開かれた世界

ボーアの提言



中村　孔一

広島への原爆投下のニュースをボーアは亡命先のロンドンで聞いた．直ぐに，ボーアは日刊紙タイムズに「原子からのエネルギー」と題する文章を寄稿し，人類が新たに手に入れたこの恐るべき破壊力は文明そのものを抹殺しかねない脅威であり，その使用を防止するための全世界的な協力体制を早急に作らなければならないと訴える．長崎への投下の3日後，8月11日のタイムズに掲載されたこの文章は，核兵器の国際管理の必要性を公の場で主張した最初の文書ではないかと思う．

しかし，公開の場では表明できなかったものの，核兵器の国際管理という考えをボーアはそれ以前から主張していた．

1943年10月，ドイツ占領下のデンマークからイギリスに亡命したボーアは，そこで初めて米英の原爆開発の状況を知る．それはボーアの予想を超えてはるかに進行していた．翌月，ボーアはイギリスの代表団の一員としてアメリカに渡り，マンハッタン計画に参加する．

1939年1月，渡米の直前に発見されたウランの核分裂のニュースをアメリカの物理学者たちに知らせたのは他ならぬボーア自身だった．それから三年余り，原子爆弾が作れるかどうかは，もはや原理的な問題ではなく技術的な問題になっていた．

「彼らは原子爆弾の作成のために私の助けを必要としなかった」と後にボーアは述べている．ボーアの主な関心は，爆弾の物理的，技術的な側面よりも，この爆弾のもつ政治的な影響の問題に移っていった．開発に携わる人々は，ヒトラーより先に爆弾が作れるかどうかに，世界の運命がかかっていると考えていた．しかし，ボーアはもっと先を見ていた．彼は，このプロジェクトの完成が戦後の世界に何をもたらすかを考えた．この爆弾の恐るべき破壊力は，もしその濫用の防止が全世界的に合意され実施されなければ，人類全体の深刻な脅威となる．その脅威を回避するために，いまファシズムと連合して戦っている国々に情報を公開し，新兵器の適切な管理体制をつくる議論を国際的に始めるべきだとボーアは考えた．

現時点で連合して戦っている国々も，社会的・経済的な諸問題に対する態度の違いから，戦後に深刻な意見の不一致に直面することになるかもしれない．そうなれば，それぞれの国が独自に原爆開発に取り組み，恐るべき新しい軍拡競争が始まる恐れがある．そうなってしまった後では，国際管理の枠組みを作ることは極めて難しくなる．潜在的な対立を抱えつつも協力して戦っているいまこそ交渉を始める好機だとボーアは考えた．開発に一歩先んじている米英から先に発議できることもいまが好都合である．戦況のこれ以上の進展や新兵器の最終的な完成を待っていては，機会は失われてしまうだろう．

国際管理が有効であるためには，国家の間の相互信頼が必要である．そのことが簡単でないことはボーアも承知していた．しかし，核兵器開発競争のもたらす危険の深刻さが，その困難を乗り越えさせてくれるだろうと期待していた．

「軍事的な準備をも含む工業的努力にかんしての情報を交換し公開することの譲歩がぜひとも必要である．この譲歩は，それとひきかえに，関係各国すべてにとって前例のない深刻な危険にたいして共通の安全が十分に保障されているという状態でなければ，まず考えられないことである．」とボーアは述べている．

ボーアは深く考える人であると同時に行動の人でもあった．ボーアは自分の主張の実現のために，当時のアメリカ大統領ルーズヴェルトとイギリス首相チャーチルに直接に会って自分の考えを述べようとする．ボー

アのもつ高い知名度と豊富な人脈のおかげで，2つの会見は実現するが，結果はボーアの期待を裏切るものだった．特にチャーチルにとっては，ソ連に情報を提供することなど論外のことだった．ルーズヴェルトのほうがボーアの意見にやや好意的であったようだが，その彼も結局はチャーチルの意見に同意してしまう．ボーアは知らなかったが，1944年9月にハイドパークで行われたチャーチル・ルーズヴェルト会談の際に両者が署名した覚書には，「チューブ・アロイズ（当時イギリス側が使っていた原爆の密名）の管理と使用に関する国際協定をつくるという観点から世界にこれを知らしむべしという提案は受け入れられない」とボーアの提案は却下されている．それだけでなく，覚書には「ボーア教授の活動，および彼が情報をとくにロシア人にもらさないことを確実にするために取られた手段，について調査すべきである」という1項もある．ボーアは両巨頭から要注意人物にされてしまっていたのだ．ボーアは失望したが諦めてはいなかった．1945年3月，再度ルーズヴェルトに向けた覚書を書くが，それが届く前にルーズヴェルトは亡くなってしまう．そして，最初の原爆実験，広島，長崎への無警告投下が続く．

戦後，歴史はボーアが早くから危惧していたように展開していく．ヨーロッパの戦後処理をめぐるソ連と米英の対立に始まる冷戦はアジアにも広がり，世界全体を含む対立構造に発展する．

戦後すぐの国連の第1回総会で国際原子力委員会の設置が決定され，それに続く数年間，アメリカとソ連はそれぞれの側から核兵器の国際管理案を提案するが，冷戦の進展のなかでそれらが実現するはずもなかった．

このような国連の動きに注目し，日本の仁科芳雄も原子力（原子爆弾）の国際管理の必要性を雑誌「世界」などを通じて訴えていた．ボーアのように核管理についての具体的な提案をしているわけではないが，仁科も書いているように，日本が敗戦国として国際間の問題には嘴を出すことが許されていなかった当時の状況ではやむをえなかったといえる．それでも，もし許されるならば，科学者技術者の不戦同盟を国際的に結成することを科学者として提案したいと述べている．広島・長崎における原爆の効果を最初に調査した仁科の切実な思いだったのだろう．ボーアの活動については言及がないが，当時の状況から考えて，仁科はボーアの活動を知らなかったのだろう．もし知っていれば，敬愛するボーアの活動を紹介しないわけはないと思う．

そして，1949年ソ連が原爆の実験に成功，アメリカは水爆の開発を決定する．ボーアの恐れていた核兵器開発競争が実際に始まったわけである．そうした状況の下で，1950年，ボーアは国連あての公開書簡を書いて，もう一度，従来からの主張を展開する．戦時中にルーズヴェルト宛に書いた覚書からの引用なども含むこの公開書簡は，開かれた世界を目指すボーアの活動の集大成ともいえる文書である．この書簡が国連事務総長に提出されたのが6月9日，2週間後の6月24日朝鮮戦争が勃発する．歴史の激流がボーアの真剣な訴えをまたもや押し流してしまう．

この考察はユートピア的なものに見えるかもしれませんとボーア自身も認めている．しかし，ボーアは現実を知らない夢想家だったわけではない．戦中の早い時期から戦後の冷戦と核軍拡競争を正確に予見していたことを見ても，ボーアが冷静なリアリストであったことは確かだ．

核兵器の出現が古典的な国家モデルの変更を要求しているというのがボーアの主張なのだ．多くの自称リアリストたちが未だに古典論を捨て切れず，核兵器の脅威から人類が自由になれずにいるいま，もう一度この公開書簡を読み直してみる価値は十分にあると考える．

文献としては，入手が容易と思われる次の2つを揚げておく．より詳しい文献はこれらの本の参考文献をみていただきたい．タイムズ掲載の論説および国連への公開書簡は，2) に収録されている．

1) 西尾成子著『現代物理学の父　ニールス・ボーア』（中公新書 1135，1993年）第6章．

2) 山本義隆編訳『ニールス・ボーア論文集1　因果性と相補性』（岩波文庫　青 940–1，1999年）．

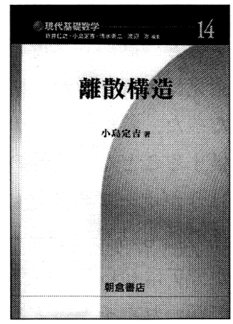
仁科の発言は次のようなものがある．

3)「世界」1946年3月号，訂正　8月号：「改造」1946年4月号：「世界」1947年1月号など．これらの文章は，仁科芳雄著『原子力と私』（学風書院，1950年）に収められている．

仁科に関する文献は，江沢洋先生に御教授いただいた．

（なかむら・こういち，明治大学名誉教授）

離散構造



小島定吉著，A5 判，180 頁，本体 2800 円，朝倉書店

その昔，アンドレ・ヴェイユを中心とするフランス人数学者たちがブルバキという架空の人物を名乗って，数学を体系的にまとめ上げたことは有名です．そのおかげで，数学ほど世界統一がなされているものはありません．そして，日本にもそれが輸入されて，ブルバキ的な数学が広まっていきました．

その一方で，ブルバキが活躍していた頃，フランスにはベルジュという組合せ論の大家がおり，ブルバキは組合せ論には手を出せなかったと言われています．この事実は日本ではあまり語られることはなく，ブルバキ的な数学観が優先され，組合せ論もしくはその発展形である離散数学の研究者にとっては不幸な状況が続いていました．

もはや何十年も昔のことですが，組合せ論は些末な定理の集合体でしかなく，体系的でないと批判されていました．しかし，21 世紀を迎えた今，離散数学は様々な分野を抱えた巨大な体系をなしています．その体系を 1 冊の教科書にまとめるのは困難です．本書の序文では「離散構造を体系化するのは難しい」と強調されているのですが，小島氏がどういう歴史観に立ってそうと言っているのか気になるところです．

しかし，そういう数学観，歴史観の問題を気にしなければ，本書にはおもしろいことが書かれていると素直に思います．話は 3 つ．数え上げの手法としての母関数，多面体の理解を目指したグラフ理論，素数判定法を理解するための初等整数論です．

数え上げの手法として母関数を解説するとなると，ポリアの数え上げ定理をどうわかりやすく説明するかで精一杯です．しかし，本書の第 1 章では，母関数として利用される形式的無限和が環をなしていることやリーマンのゼータ関数との関係など，かなり深いところまで母関数を掘り下げています．

第 2 章は「グラフ」というタイトルですが，標準的なグラフ理論は展開されていません．頂点の次数を「指数」と呼んだり，通常は木の性質として語られることを木の定義にしたり，マイナーを「因子」と訳したりと，気になるところも多々あります．しかし，小島氏が得意とする幾何構造の絡んだ話を理解することが目標だと思えば，おもしろく読めるでしょう．

一方，第 3 章には，2004 年に公表されたという素数判定の多項式時間アルゴリズムが解説されており，読んでいてわくわくします．そのアルゴリズムを理解するために必要な初等整数論も丁寧に解説されています．私はあまり整数論には詳しくなかったので，勉強になりました．

とはいえ，本書を読み通すためには，事前に群論や環論，位相空間論の基礎を勉強している必要があるでしょう．すでに知っていることが前提となっていることがたくさんあります．いきなり無定義で「モジライ」という言葉が出てきて，びっくりする人もいるでしょう．なので，導入が簡単な離散数学の教科書を期待して本書を読み始めてしまうと，確実に裏切られます．だから題名が『離散数学』ではなく，『離散構造』なのでしょうね．

実は，皮肉なことに，私も 20 年ほど前に，あるシリーズの 1 冊として本書と同じ題名の教科書を書きました．私は自分の専門であるグラフ理論を中心に話をまとめました．本書に書かれている二分木の回転も扱いましたが，私は離散数学を意識していたので，本書で解説されている双曲幾何学との関係には深入りしませんでした．母関数も扱いましたが，読者は群論を知らないことを前提に解説したので，とても苦労した覚えがあります．初等整数論についてはまるで触れていません．

そういう意味で，本書は拙著『離散構造』の先を行っていると断言できます．しかし，本書を第 14 巻とする「現代基礎数学」のシリーズにもグラフ理論が名を連ねることを許されていないのが残念です．

根上　生也（横浜国立大学大学院環境情報研究院）

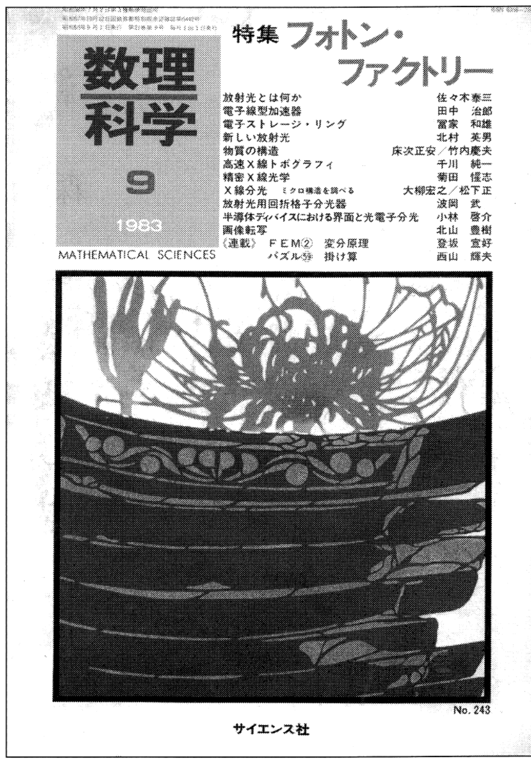
「数理科学」は語る

30年前から現代へのメッセージ

菊田 惺志

1983年9月号

本記事は，電子蓄積リングから放射されるシンクロトロン放射（放射光ともいう）を高輝度X線として用いるフォトンファクトリー（PF, 2.5 GeV，第2世代）がつくばに実現したのを機会に，その利用研究をまとめたものである．さらに，第3世代リングのSPring-8（8 GeV）が1997年に西播磨に実現した．また最近，電子リニアックをベースとするX線自由電子レーザーSACLAがSPring-8のサイトに実現した．これはピーク輝度が際立つ，極短パルス光である，空間的・時間的にコヒーレント光であるなどの特長をもつ．このように30年の間，光源の展開は目覚ましかったが，これは将来計画の検討を常に積み重ねてきたからで，今後もこのような努力が必要である．



解析手法の進歩で注目すべき点を私の印象も加えて挙げてみる．(1) 結晶構造解析では，結晶や2次元の周期性をもつ結晶表面・界面が調べられ，最近では量子細線のような1次元周期性のものも解析の対象になっている．さらに孤立した（0次元の）分子の解析も視野に入っている．(2) タンパク質の結晶構造解析は予想をはるかに超えて進展している．(3) 構造解析では原子配置の高精度化が図られる一方，結晶内の電子密度分布がリートベルト法/最大エントロピー法により正確に得られ，またATS散乱により軌道秩序が観測され，物性の解析に役立っているのは特筆すべきである．(4) 物質の構造評価のイメージングでは，回折，屈折，吸収や位相のコントラストによるイメージング，X線マイクロトモグラフィ，コヒーレントX線散乱顕微法など多種多様な手法が展開されている．(5) 放射光とコンピューターとの組合せが威力を発揮している．放射光を用いて取得される高精度のデータがコンピューターによるパラメーター・フィッティングなどに活かされて，例えばリートベルト法，最大エントロピー法，逆モンテカルロ法，オーバーサンプリング法などの解析で新しい解析結果が得られている．

将来展望について触れると：(1) X線光源と光学素子の高性能化に伴い，ビームサイズの超微細化が図られ，1 nmに迫っている．それにより回折・散乱，分光・分析の手法で観察される世界は様変わりするであろう．(2) 動的過程を超短時間で計測する．これにより例えば，タンパク結晶の反応過程，超高圧，超強磁場などの極限環境下における構造変化・相転移，結晶化・融解過程，光化学反応などが解析される．(3) コヒーレンスを利用して新しい領域を開拓する．すでにそのさきがけ的研究があるが，コヒーレントX線光学やX線量子光学・X線非線形光学などの本格的な研究が始まる．特にSACLAはこれから本格的な利用が始まるので，今後の展開がとても楽しみである．

（きくた・せいし，東京大学名誉教授）

例題形式で探求する微積分学の基本定理
関数の性質から幾何構造を探る
第5回

線積分(1)

森田　茂之

第1回目に線積分の定義はすでに与えたが，ここで簡単に思い出しておく．C を xy 平面 $\mathbb{R}^2$（あるいは一般に $\mathbb{R}^n$）上の区分的に C^1 級の曲線とする．また，C はコンパクト，すなわち有界閉区間 $[a,b]$ でパラメータ表示ができるものとする．C を含む開集合 U 上で定義された実数値連続関数 $f: U \to \mathbb{R}$ が与えられたとしよう．このとき，f の C に沿う線積分

$$\int_C f ds$$

が定義される．さらに C に向きを一つ与えれば，x 方向および y 方向の線積分，一般には x_i $(i = 1, \cdots, n)$ 方向の線積分

$$\int_C f dx, \quad \int_C f dy, \quad \int_C f dx_i \quad (i = 1, \cdots, n)$$

が定義されるのであった．

5.1 微積分学の基本定理と線積分

ここでまず考えることは，座標は人為的なものであるということである．平面 $\mathbb{R}^2$ 上に x 軸と y 軸の座標軸を取って，各点を座標 (x, y) により表示するが，これらは言わば便宜上のものである．そこで，任意の2つの実数 $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ に対して

$$\omega = \alpha dx + \beta dy$$

とおけば，f の C に沿う ω 方向の線積分

$$\int_C f\omega = \int_C \alpha f dx + \beta f dy$$

を考えることができる．この考えをさらに進めれば，関数の部分と dx, dy，あるいはそれらの 1 次結合との積を一体化して，一般に 2 つの関数 $f, g : U \to \mathbb{R}$ に対して

$$\omega = fdx + gdy$$

の形のものを考えるのは自然であろう．このようなものを U 上の**微分式**という．これをさらに一般化して高次の微分式を考えるようになる．その場合，上記のものは 1 次の**微分形式**（differential form）と呼ばれる．関数 f, g が C^r 級であるとき，ω は C^r 級の微分式であるという．以後，簡単のために関数および微分式はすべて，必要な回数だけ連続微分可能と仮定する．結局 U 上の任意の微分式 ω と，区分的に C^1 級の向き付けられたコンパクトな曲線 C に対して，線積分

$$\int_C \omega$$

が定義されることになった．$\mathbb{R}^n$ の場合も同様に，$\mathbb{R}^n$ の開集合 U 上で定義された関数 $f_i : U \to \mathbb{R}$ $(i = 1, \cdots, n)$ に対して

$$\omega = \sum_{i=1}^{n} f_i dx_i$$

の形のものを U 上の微分式（1 次の微分形式）と呼ぶ．そして，U 内の区分的に C^1 級の向き付けられたコンパクトな曲線 C に対して，線積分

$$\int_C \omega$$

が定義されるのである．

ここで微積分学の基本定理の次のような定式化を思い出そう．

定理 5.1（微積分学の基本定理，言い換え）　実数直線 $\mathbb{R}$ の開集合 U 上で定義された C^1 級関数 $f : U \to \mathbb{R}$ が与えられているとする．このとき，任意の $a, b \in U$ $(a < b)$ に対し，等式

$$\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$$

が成立する．

C^1 級の関数 f に対し，その（全）微分

$$df = f'(x)dx$$

を考えればこれは U 上の微分式となり，上記定理は

$$\int_a^b df = f(b) - f(a)$$

と書けることになる．このことを基に微積分学の基本定理の線積分への拡張を考えよう．1 変数の場合を拡張して，一般に $\mathbb{R}^n$ の開集合 U 上で定義された

C^1 級の関数

$$F : U \to \mathbb{R}$$

に対し，微分式

$$dF = \sum_{i=1}^{n} F_{x_i} dx_i$$

を F の全微分という（ただし，一般の微分（形）式の理論展開の中では，これを単に微分と呼ぶ）．$n = 2$ の場合は，2 変数関数 $F(x, y)$ に対し

$$dF = F_x dx + F_y dy$$

である．

定理 5.2（線積分に対する微積分学の基本定理） $\mathbb{R}^n$ の開集合 U 上で定義された C^1 級関数 $F : U \to \mathbb{R}$ が与えられているとする．このとき，任意の 2 点 $\mathrm{P}, \mathrm{Q} \in U$ と，それらを結ぶ区分的に C^1 級の向き付けられたコンパクトな曲線 C に対して，等式

$$\int_C dF = F(\mathrm{Q}) - F(\mathrm{P})$$

が成立する．ただし，C の向きは点 P から点 Q に向かうものとする．

例題 5.1 上記の定理 5.2 を証明せよ．

解答 証明を見やすくするために $n = 2$ とする．一般次元の場合も全く同様に証明できる．C のパラメータ表示 $C = \{(u(t), v(t)); t \in [a, b]\}$ を一つ取る．このとき，対応

$$[a, b] \ni t \mapsto \tilde{F}(t) = F(u(t), v(t)) \in \mathbb{R}$$

は t を変数とする区分的に C^1 級の関数となる．有限個の点で，微分できないところがあるかも知れないが，その場合はそれらの点で C を分割して，有限個の曲線 C_j $(j = 1, \cdots, k)$ に分ければ

$$\int_C dF = \sum_{j=1}^{k} \int_{C_j} dF$$

となる．このことを使えば，初めから $\tilde{F}$ は C^1 級の関数と仮定して証明すれば十分であることが分かる．このとき，微積分学の基本定理から

$$\int_a^b \tilde{F}'(t) dt = \tilde{F}(b) - \tilde{F}(a) \tag{5.1}$$

となる．一方，合成関数の微分の公式から

$$\tilde{F}'(t) = F_x(u(t), v(t))u'(t) + F_y(u(t), v(t))v'(t)$$

となる．したがって

$$\int_a^b \tilde{F}'(t)dt = \int_a^b F_x(u(t),v(t))u'(t)dt + \int_a^b F_y(u(t),v(t))v'(t)dt$$
$$= \int_C F_x(x,y)dx + \int_C F_y(x,y)dy$$
$$= \int_C dF$$

となる．ここで，第1回目に記した x 方向および y 方向の線積分の，パラメータ表示による公式を使った．一方，明らかに

$$\tilde{F}(b) = F(\mathrm{Q}), \quad \tilde{F}(a) = F(\mathrm{P})$$

である．これらを式 (5.1) に代入すれば証明が終わる．

こうして関数 F の（全）微分 dF の，与えられた曲線 C に沿う線積分 $\int_C dF$ の値は，C の両端点での F の値のみによって定まり，それらを結ぶ C の道筋にはよらないことが分かった．

このように，関数の微分

$$dF = \sum_{i=1}^{n} F_{x_i} dx_i$$

は，微分式の中でも特別の性質を持っている．このような微分式は**完全** (exact) と呼ばれる．

例題 5.2 C を $\mathbb{R}^n$ 内の区分的に C^1 級の向き付けられた単純閉曲線とする．このとき，C を含む開集合 U 上で定義された任意の完全な微分式 dF に対して

$$\int_C dF = 0$$

となることを示せ．

解答 C 上に1点 P を取れば，C は P を両端点とするコンパクトな曲線と思うことができる．従って定理 5.2 により

$$\int_C dF = F(\mathrm{P}) - F(\mathrm{P}) = 0$$

となる．

例題 5.3 平面 $\mathbb{R}^2$ 上の任意の区分的に C^1 級の向き付けられた単純閉曲線 C に対して，等式

$$\int_C xdy = -\int_C ydx$$

が成立することを示せ．

解答 $F(x,y) = xy$ を関数と考えれば，それは $\mathbb{R}^2$ 全体で定義されている．そ

してその微分は

$$dF = ydx + xdy$$

で与えられる．従って例題 5.2 により

$$\int_C dF = \int_C ydx + xdy = 0$$

となる．移項すれば主張が従う．

5.2 線積分と面積

この節では平面曲線の場合に，線積分と面積の間に密接な関係があることを述べる．

例題 5.4　図 5.1 のような，平面 $\mathbb{R}^2$ 上の区分的に C^1 級の向き付けられた単純閉曲線 C に対して，C が囲む区域を D とする．このとき，等式

$$\int_C ydx = -\mathrm{Area}\, D$$

が成立することを示せ．ただし，$\mathrm{Area}\, D$ は D の面積を表す．

解答　図 5.1 のように，任意の点 $x \in [a, b]$ で x 軸に立てた垂線と曲線 C との交点の y 座標を，値が小さいほうからそれぞれ $\varphi_-(x), \varphi_+(x)$ とする．このとき C を下の部分 C_- と上の部分 C_+ の 2 つに分割すれば，それらはそれぞれ $\{(x, \varphi_-(x)); x \in [a, b]\}$ と $\{(x, \varphi_+(x)); x \in [a, b]\}$ によりパラメータ表示ができる．従って

$$\int_C ydx = \int_a^b \varphi_-(x)dx + \int_b^a \varphi_+(x)dx$$

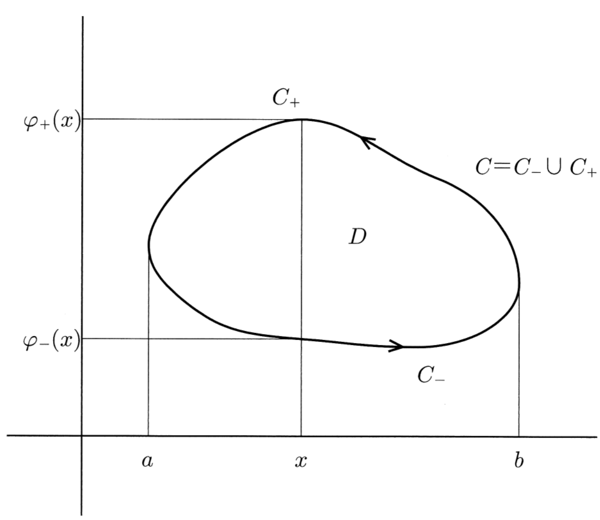


図 5.1　単純閉曲線．

$$= -\int_a^b (\varphi_+(x) - \varphi_-(x))dx$$
$$= -\,\mathrm{Area}\,D$$

となり，証明が終わる．

上記の証明は単純閉曲線 C が図 5.1 のような簡単な形をしているときにだけ通用するものである．しかし，実は例題 5.4 の主張は $\mathbb{R}^2$ 上の区分的に C^1 級の任意の単純閉曲線に対して成立する．C の形によっては，上記の議論を適宜修正することにより証明を与えることができる．読者はいろいろな形状の C に対して証明を工夫してみてほしい．

ここで例題 5.3 を使えば

$$\int_C xdy = \mathrm{Area}\,D$$

となり，従って

$$\mathrm{Area}\,D = \frac{1}{2}\int_C xdy - ydx \tag{5.2}$$

という等式が得られる．この等式の幾何学的意味を述べると次のようになる．まず，一般に平面上の 2 点 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$ に対し，原点 O と A, B を頂点とする三角形 △OAB の面積は

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(x_1y_2 - y_1x_2)$$

で与えられることを思い出そう．ただし，面積は符号付きで考えるものとする．すなわち，原点 O と点 A を結ぶ半直線を時計と反対回りに回転したとき，点 B を 180 度未満で通過する場合は通常のプラスの面積を表すが，180 度を超えて通過する場合は通常の面積にマイナスの符号を付けたものを表すものとする．さて，図 5.2 を見てほしい．C 上の点 $\mathrm{P}(x, y) \in C$ を任意に取り，そこから C

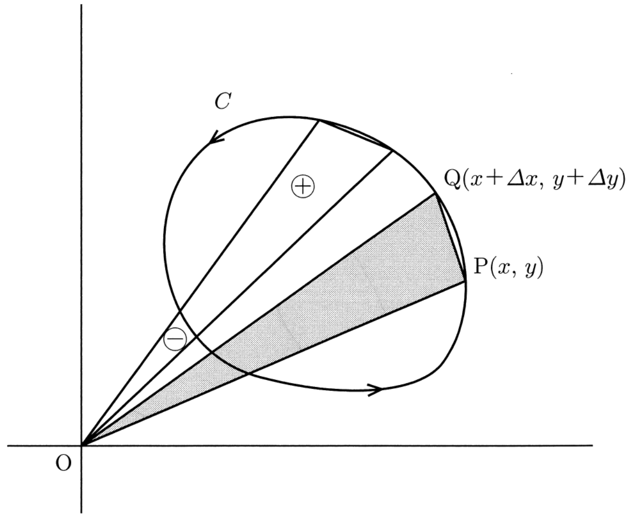


図 5.2　面積．

の向きの方向に少しだけ進んだ点 $Q(x+\Delta x, y+\Delta y) \in C$ を考える．このとき，三角形 $\triangle$OPQ の符号付きの面積は，上記により

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x & y \\ x+\Delta x & y+\Delta y \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(x\Delta y - y\Delta x)$$

となる．ここで C 上の点 P を C の向きに従って一周させれば，図 5.2 に示されているように符号付き面積はうまく相殺されて，C が囲む区域 D の面積だけが残るのである．こうして，式 (5.2) が確かに成立することが納得できるだろう．

5.3 グリーンの定理

例題 5.2 により，$\mathbb{R}^2$ 上の任意の区分的に C^1 級の向き付けられた単純閉曲線 C と，C の近傍で定義された任意の完全な微分式 dF に対し，

$$\int_C dF = 0$$

となる．次の定理は，必ずしも完全とは限らない一般の微分式の C 上の線積分の値に関する重要な結果である．

定理 5.3（グリーンの定理） C を平面 $\mathbb{R}^2$ 上の区分的に C^1 級の単純閉曲線で，時計と反対回りに向き付けられているとし，C が囲む区域を D とする．また，f, g を D を含む開集合 U 上で定義された C^1 級の関数とする（図 5.3 参照）．このとき，次の等式

$$\int_C f dx + g dy = \iint_D \left(-\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial g}{\partial x}\right) dxdy$$

が成立する．

例題 5.5　上記で C が図 5.1 に示すような形をしている場合に，定理の主張を証明せよ．

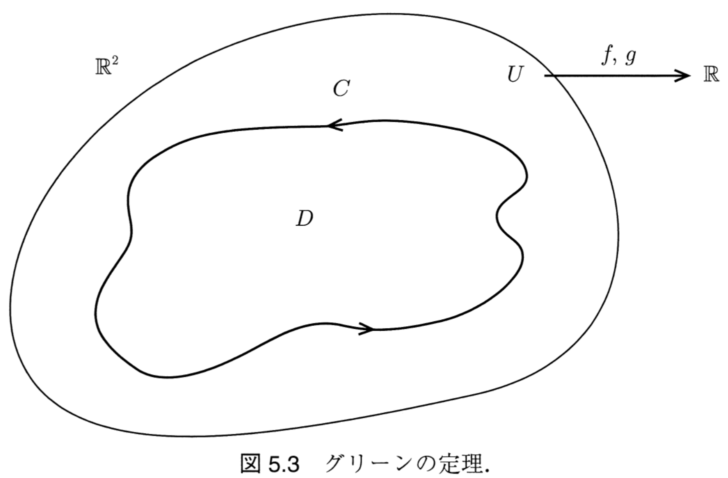


図 5.3　グリーンの定理．

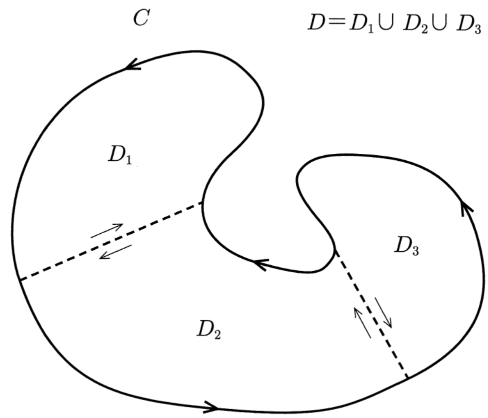


図 5.4　いろいろな単純閉曲線.

解答　例題 5.4 の証明と同様に，図 5.1 のように C を 2 つの部分 $C_- \cup C_+$ の和集合として表示すれば

$$\iint_D \frac{\partial f}{\partial y} dxdy = \int_a^b dx \int_{\varphi_-(x)}^{\varphi_+(x)} \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

$$= \int_a^b (f(x, \varphi_+(x)) - f(x, \varphi_-(x))\, dx$$

$$= -\int_{C_+} f dx - \int_{C_-} f dx$$

$$= -\int_C f dx$$

となる．同様にして

$$\iint_D \frac{\partial g}{\partial x} dxdy = \int_C g dy$$

が得られる．上記の 2 つの式を加えれば，主張が成立することが分かる．

例題 5.4 の場合と同様に，読者はいろいろな形状の単純閉曲線 C に対して，上記のグリーンの定理の証明を工夫してみてほしい．例えば，C が図 5.4 に示すような形をしている場合には，点線で示した 2 本の補助線を引いて区域 D を 3 つの部分 D_1, D_2, D_3 に分割し，それぞれの小区域に対して上記の証明を適用して結果を加えればよい．その際，補助線の部分の線積分の値は，それに面する 2 つの小区域の境界としての向きが逆になるため，うまくキャンセルして元々の境界の C 上の線積分の値のみが残るのである．

また，上記グリーンの定理において，$f = y, g = 0$ とおけば

$$\iint_D 1\ dxdy = \text{Area}\, D$$

であるから，例題 5.4 が得られる．

（もりた・しげゆき，東京大学・東京工業大学名誉教授）

複素解析2

様々な特殊関数

海老原 円・太田 雅人

今回は，エルミート多項式，ベッセル関数，ガンマ関数とリーマンのゼータ関数に関する問題を取り上げる．いずれも重要な特殊関数である．

8.1 エルミート多項式とベッセル関数

問題 8.1 （東京大学大学院理学系研究科物理学専攻，平成20年度） $n = 0, 1, 2, \cdots$ に対して，関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} \left(e^{-x^2} \right)$$

と定義する．以下の設問に答えよ．

(1) $f_n(x)$ は x の多項式である．x の何次の多項式であるか答えよ．

(2) $n > 1$ に対して，$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} x f_n(x) e^{-x^2} dx$ を求めよ．

(3) 一般の n に対して，$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} x^n f_n(x) e^{-x^2} dx$ を求めよ．ただし，必要であれば，$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ を用いてよい．

(4) z を複素数とするとき，$\displaystyle e^{-z^2} = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{e^{-\omega^2}}{\omega - z} d\omega$ が成り立つ．ここで，複素平面上の積分経路 C は z を中心とした半径1の反時計回りの円周であるとする．このことを用いて

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} f_n(z) = e^{-t^2 - 2zt} \quad (|t| < 1)$$

となることを示せ．ただし，今の場合，無限級数和と積分の順序を入れ替えてもよい．

(5)　設問 (4) で得られた関数 e^{-t^2-2tz} は

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}e^{-t^2-2tz} - 2z\frac{\partial}{\partial z}e^{-t^2-2tz} = -2t\frac{\partial}{\partial t}e^{-t^2-2tz}$$

という式を満たす．このことを用いて，関数 $f_n(z)$ が

$$\frac{d^2}{dz^2}f_n(z) - 2z\frac{d}{dz}f_n(z) + \lambda f_n(z) = 0$$

という微分方程式を満たすことを示し，そのときの λ を求めよ．

解答例　以下，$D = \dfrac{d}{dx}$ とおく．また，$D^n e^{-x^2} = f_n(x)e^{-x^2}$ を繰り返し用いる．
(1) $f_n(x)$ は n 次の多項式であり，最高次の係数は $(-2)^n$ である．実際，$n=0$ のときは，$f_0(x) = 1$ だから成り立つ．

次に，$f_n(x)$ は n 次の多項式であり，最高次の係数は $(-2)^n$ であると仮定すると

$$D^{n+1}e^{-x^2} = D\left(f_n(x)e^{-x^2}\right) = f_n'(x)e^{-x^2} - 2xf_n(x)e^{-x^2}$$

より，$f_{n+1}(x) = e^{x^2}D^{n+1}e^{-x^2} = -2xf_n(x) + f_n'(x)$ は $(n+1)$ 次の多項式であり，最高次の係数は $(-2)^{n+1}$ であることが分かる．よって，帰納法により，$f_n(x)$ は n 次の多項式であり，最高次の係数は $(-2)^n$ であることが示された．
(2) 仮定より，$n \geq 2$ である．このとき，部分積分により

$$\begin{aligned}
&\int_{-\infty}^{\infty} xf_n(x)e^{-x^2}dx = \int_{-\infty}^{\infty} xD^n e^{-x^2}dx \\
&= \left[xD^{n-1}e^{-x^2}\right]_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} D^{n-1}e^{-x^2}dx \\
&= \left[xf_{n-1}(x)e^{-x^2}\right]_{-\infty}^{\infty} - \left[f_{n-2}(x)e^{-x^2}\right]_{-\infty}^{\infty} = 0.
\end{aligned}$$

(3) $I_n = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} x^n f_n(x)e^{-x^2}dx$ とおく．このとき，$n \geq 1$ に対して

$$\begin{aligned}
I_n &= \int_{-\infty}^{\infty} x^n D^n e^{-x^2}dx \\
&= \left[x^n D^{n-1}e^{-x^2}\right]_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} nx^{n-1}D^{n-1}e^{-x^2}dx = -nI_{n-1}
\end{aligned}$$

が成り立つ．また，$I_0 = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx = \sqrt{\pi}$ だから

$$I_n = (-1)^2 n(n-1)I_{n-2} = \cdots = (-1)^n n! I_0 = (-1)^n n!\sqrt{\pi}.$$

(4) **コーシーの積分公式**より，任意の複素数 z と $n = 0, 1, 2, \cdots$ に対して

$$\frac{d^n}{dz^n}e^{-z^2} = \frac{n!}{2\pi i}\oint_C \frac{e^{-\omega^2}}{(\omega - z)^{n+1}}d\omega$$

が成り立つ．また，$|t| < 1 = |\omega - z|$ のとき，

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{t}{\omega - z}\right)^n = \frac{1}{1 - \frac{t}{\omega - z}} = \frac{\omega - z}{\omega - z - t}$$

だから，$|t|<1$ に対して

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{t^n}{n!}f_n(z)e^{-z^2}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{t^n}{n!}\frac{d^n}{dz^n}e^{-z^2}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{t^n}{2\pi i}\oint_C\frac{e^{-\omega^2}}{(\omega-z)^{n+1}}\,d\omega$$
$$=\frac{1}{2\pi i}\oint_C\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{t}{\omega-z}\right)^n\frac{e^{-\omega^2}}{\omega-z}\,d\omega=\frac{1}{2\pi i}\oint_C\frac{e^{-\omega^2}}{\omega-(t+z)}\,d\omega$$
$$=e^{-(t+z)^2}=e^{-t^2-2tz}e^{-z^2}$$

が成り立つ．上式の両辺に e^{z^2} をかけることにより，所望の等式を得る．

(5) 設問 (4) の結果より

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{t^n}{n!}\left\{\frac{d^2}{dz^2}f_n(z)-2z\frac{d}{dz}f_n(z)\right\}=\frac{\partial^2}{\partial z^2}e^{-t^2-2tz}-2z\frac{\partial}{\partial z}e^{-t^2-2tz}$$
$$=-2t\frac{\partial}{\partial t}e^{-t^2-2tz}=-2t\frac{\partial}{\partial t}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{t^n}{n!}f_n(z)=-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2nt^n}{n!}f_n(z)$$

となる．ここで，t^n の係数を比較することにより

$$\frac{d^2}{dz^2}f_n(z)-2z\frac{d}{dz}f_n(z)=-2nf_n(z)$$

を得る．よって，求める λ は $2n$ である．　**解答終わり**

問題 8.1 は，**エルミート多項式**に関する問題である．通常 $H_n(x)$ と記されるエルミート多項式と問題 8.1 の関数 $f_n(x)$ は，定数倍と変数の尺度の違いを除いて等しい．設問 (1), (2), (3) は関数系 $\{f_n(x)\}$ の**直交関係**に関連した問題，設問 (4) は**母関数**に関する問題である．なお，設問 (2) と同様にして，$n>k$ のとき，$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}x^kf_n(x)e^{-x^2}\,dx=0$ であることが分かる．さらに，n 次多項式 $f_n(x)$ の最高次の係数が $(-2)^n$ であることと (3) の結果を用いると，直交関係

$$\int_{-\infty}^{\infty}f_m(x)f_n(x)e^{-x^2}\,dx=2^nn!\sqrt{\pi}\,\delta_{mn}$$

が得られる．ここで，δ_{mn} はクロネッカーのデルタである．

問題 8.2 （早稲田大学大学院先進理工学研究科物理学及応用物理学専攻，平成 23 年度）
関数 $f(z)=\exp\left(\dfrac{t}{2}\left(z-\dfrac{1}{z}\right)\right)$ の $z=0$ におけるローラン展開 $f(z)=\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_nz^n$ について次の問に答えよ．但し t はパラメータとする．

(1) ローラン展開 $f(z)=\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_nz^n$ の係数 a_n は

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(t\sin\theta-n\theta)\,d\theta$$

で与えられることを示せ．

(2) ローラン展開 $f(z)=\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_nz^n$ の主要部を書き下し，$z=0$ の特異点の種類を述べよ．

(3)　(1) の a_n を t の関数と考えるとき，a_n は微分方程式

$$t^2 a_n'' + t a_n' + (t^2 - n^2) a_n = 0$$

の解であることを示せ．

(4)　$|a_n| \leq 1$ であることを示せ．

解答例　(1) θ を実数とし，$z = e^{i\theta}$ を $f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^n$ に代入すると

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{in\theta} = f(e^{i\theta}) = \exp\left(\frac{t}{2}(e^{i\theta} - e^{-i\theta})\right) = e^{it\sin\theta}$$

となる．すなわち，a_n は関数 $e^{it\sin\theta}$ の**フーリエ係数**だから

$$a_n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{it\sin\theta} e^{-in\theta}\, d\theta = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{i(t\sin\theta - n\theta)}\, d\theta$$

が成り立つ．ここで，$e^{i(t\sin\theta - n\theta)} = \cos(t\sin\theta - n\theta) + i\sin(t\sin\theta - n\theta)$ の実部は偶関数，虚部は奇関数だから，所望の等式 $a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos(t\sin\theta - n\theta)\, d\theta$ を得る．

(2) 0 でない複素数 z に対して，$f(z)$ は

$$f(z) = \exp\left(\frac{t}{2}z\right)\exp\left(-\frac{t}{2}z^{-1}\right) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}\left(\frac{t}{2}z\right)^k \sum_{l=0}^{\infty}\frac{1}{l!}\left(-\frac{t}{2}z^{-1}\right)^l$$

と絶対収束する 2 つの級数の積の形にかける．ここで，**絶対収束する級数の和は並べ替えに関して不変**だから，$\{(k,l) : k, l = 0, 1, 2, \cdots\}$ において，半直線 $k - l = n$（n は整数）に沿って和をとると

$$\begin{aligned} f(z) &= \left(\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k-l=-n} + \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k-l=n}\right)\frac{1}{k!l!}\left(\frac{t}{2}z\right)^k\left(-\frac{t}{2}z^{-1}\right)^l \\ &= \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k+n}}{k!(k+n)!}\left(\frac{t}{2}\right)^{2k+n} z^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=n}^{\infty}\frac{(-1)^{k-n}}{k!(k-n)!}\left(\frac{t}{2}\right)^{2k-n} z^n \end{aligned}$$

となる．よって，求めるローラン展開の主要部は

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k+n}}{k!(k+n)!}\left(\frac{t}{2}\right)^{2k+n} z^{-n}$$

であり，$z = 0$ は**真性特異点**である．

(3) (2) より，$n = 0, 1, 2, \cdots$ に対して

$$\begin{aligned} a_n(t) &= \sum_{k=n}^{\infty}\frac{(-1)^{k-n}}{k!(k-n)!}\left(\frac{t}{2}\right)^{2k-n} = \sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^j}{(j+n)!j!}\left(\frac{t}{2}\right)^{2j+n} \\ &= \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k!(k+n)!2^{2k+n}} t^{2k+n} \end{aligned}$$

である．これは収束半径 ∞ のベキ級数だから，項別微分すると

$$ta_n'(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k(2k+n)}{k!(k+n)!2^{2k+n}} t^{2k+n},$$
$$t^2 a_n''(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k(2k+n)(2k+n-1)}{k!(k+n)!2^{2k+n}} t^{2k+n}$$

であり

$$t^2 a_n''(t) + ta_n'(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k(2k+n)^2}{k!(k+n)!2^{2k+n}} t^{2k+n}$$

となる．一方

$$t^2 a_n(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k t^{2(k+1)+n}}{k!(k+n)!2^{2k+n}} = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^{j-1} t^{2j+n}}{(j-1)!(j+n-1)!2^{2j+n-2}}$$
$$= -\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k 4k(k+n)}{k!(k+n)!2^{2k+n}} t^{2k+n}$$

より

$$(n^2 - t^2)a_n(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k\{n^2 + 4k(k+n)\}}{k!(k+n)!2^{2k+n}} t^{2k+n}$$

であり，$n^2 + 4k(k+n) = (n+2k)^2$ だから，$a_n(t)$ は微分方程式

$$t^2 a_n'' + ta_n' + (t^2 - n^2)a_n = 0$$

を満たす．また，$n = 1, 2, \cdots$ に対して

$$a_{-n}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+n}}{k!(k+n)!} \left(\frac{t}{2}\right)^{2k+n} = (-1)^n a_n(t)$$

だから，$a_{-n}(t)$ も $a_n(t)$ と同じ微分方程式を満たす．

(4) (1) より，すべての整数 n と実数 t に対して

$$|a_n(t)| \leq \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} |\cos(t\sin\theta - n\theta)|\, d\theta \leq \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} 1\, d\theta = 1$$

が成り立つ．　　　　**解答終わり**

問題 8.2 の関数 $a_n(t)$ は，通常 $J_n(t)$ と記される**第 1 種ベッセル関数**であり，関数 $f(z)$ はベッセル関数 $J_n(t)$ の**母関数**である．ベッセル関数のその他の性質については，例えば，参考文献 1) の第 6 章を参照していただきたい．

8.2 ガンマ関数とリーマンのゼータ関数

問題 8.3 （京都大学大学院理学研究科物理学・宇宙物理学専攻，平成 24 年度）

(1)　ガンマ関数 $\Gamma(\nu)$ は $\mathrm{Re}\,\nu > 0$ の領域では，

$$\Gamma(\nu) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{\nu-1}\, dt \qquad \text{(A)}$$

という積分で定義され，$\mathrm{Re}\,\nu \leq 0$ の領域については，

$$\Gamma(\nu+1) = \nu\Gamma(\nu) \tag{B}$$

という関係式を用いて，その定義域を拡張（解析接続）できる．

(a)　$\mathrm{Re}\,\nu > 0$ のとき $\Gamma(\nu+1) = \nu\Gamma(\nu)$ を示し，正整数 n に対して $\Gamma(n)$ を計算せよ．

(b)　$\Gamma(\varepsilon), \Gamma(-1+\varepsilon)$ は，$\varepsilon \to 0$ のとき，ε のどのような関数で近似的に表されるか，それぞれ示せ．

(2)　リーマンのゼータ関数 $\zeta(\nu)$ は $\mathrm{Re}\,\nu > 1$ のとき $\zeta(\nu) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\nu}$ で定義され，

$$\zeta(\nu) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_0^\infty \frac{t^{\nu-1}}{e^t - 1}\, dt = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_0^\infty e^{-t} t^{\nu-1} \frac{1}{1-e^{-t}}\, dt \tag{C}$$

という積分で表される．ここで，ガンマ関数 $\Gamma(\nu)$ の定義と性質については，(1) の問題文を参照し，解答の際には式 (A) および式 (B) を用いてよい．

(a)　$\mathrm{Re}\,\nu > 1$ のとき，式 (C) の右辺が $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\nu}$ に一致することを示せ．

(b)　$\frac{1}{1-e^{-z}}$ を，原点 $z=0$ のまわりでローラン展開すると

$$\frac{1}{1-e^{-z}} = \sum_{n=-1}^{\infty} A_n z^n \tag{D}$$

と表せる．A_{-1}, A_0, A_1 を求めよ．

(c)　$\zeta(\nu)$ は，$\mathrm{Re}\,\nu > 1$ の領域で，以下のように表されることを示せ．

$$\zeta(\nu) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_0^\infty e^{-t} t^{\nu-1} \left\{ \frac{1}{1-e^{-t}} - \sum_{n=-1}^{1} A_n t^n \right\} dt + \left(\frac{A_{-1}}{\nu - 1} + A_0 + A_1 \nu \right). \tag{E}$$

(d)　式 (E) は，解析接続を用いた $\Gamma(\nu)$ および $\zeta(\nu)$ の定義域の拡張により，$\mathrm{Re}\,\nu > -2$ の領域でも成り立つ関係式である．$\nu = -1$ のとき，式 (E) の右辺の第 1 項の（ガンマ関数の因子を除く）積分全体が有限になることを示し，$\zeta(-1)$ を計算せよ．

解答例　(1) (a) $\mathrm{Re}\,\nu > 0$ のとき，部分積分により

$$\Gamma(\nu+1) = \int_0^\infty e^{-t} t^{\nu-1}\, dt = \left[-e^{-t} t^\nu\right]_0^\infty + \nu \int_0^\infty e^{-t} t^{\nu-1}\, dt = \nu\Gamma(\nu).$$

ここで，$\mathrm{Re}\,\nu > 0$ のとき，$\lim_{t \to +0} t^\nu = \lim_{t \to +0} e^{\nu \log t} = 0$ であることを用いた．

また，$\Gamma(1) = \int_0^\infty e^{-t}\, dt = 1$ だから，$n = 1, 2, \cdots$ に対して

$$\Gamma(n) = (n-1)\Gamma(n-1) = \cdots = (n-1)!\,\Gamma(1) = (n-1)!$$

(b) 関係式 (B) と $\Gamma(1) = 1$ より，$\varepsilon \to 0$ のとき

$$\Gamma(\varepsilon)=\frac{\Gamma(\varepsilon+1)}{\varepsilon}\sim\frac{1}{\varepsilon},\quad \Gamma(-1+\varepsilon)=\frac{\Gamma(\varepsilon)}{-1+\varepsilon}=\frac{\Gamma(\varepsilon+1)}{(-1+\varepsilon)\varepsilon}\sim-\frac{1}{\varepsilon}$$

と近似される．

(2) (a) n を正整数とし，式 (A) において，$t=n\tau$ と変数変換すると

$$\Gamma(\nu)=\int_0^\infty e^{-t}t^{\nu-1}\,dt=n^\nu\int_0^\infty e^{-n\tau}\tau^{\nu-1}\,d\tau$$

となる．よって，すべての正整数 N に対して

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^N\frac{1}{n^\nu}&=\frac{1}{\Gamma(\nu)}\int_0^\infty\sum_{n=1}^N e^{-nt}t^{\nu-1}\,dt=\frac{1}{\Gamma(\nu)}\int_0^\infty\frac{e^{-t}-e^{-(N+1)t}}{1-e^{-t}}t^{\nu-1}\,dt\\&=\frac{1}{\Gamma(\nu)}\int_0^\infty e^{-t}t^{\nu-1}\frac{1}{1-e^{-t}}\,dt-\frac{1}{\Gamma(\nu)}\int_0^\infty\frac{e^{-Nt}t^{\nu-1}}{e^t-1}\,dt\end{aligned}$$

が成り立つ．ここで，最後の積分を I_N とおくと，$0<\delta\le 1$ に対して

$$|I_N|\le\int_0^\infty\frac{e^{-Nt}t^{\mathrm{Re}\,\nu-1}}{e^t-1}\,dt=\int_0^\delta\frac{e^{-Nt}t^{\mathrm{Re}\,\nu-1}}{e^t-1}\,dt+\int_\delta^\infty\frac{e^{-Nt}t^{\mathrm{Re}\,\nu-1}}{e^t-1}\,dt$$

であり，$t\ge 0$ に対して $e^t-1\ge t$ だから，右辺第 1 項は

$$\int_0^\delta\frac{e^{-Nt}t^{\mathrm{Re}\,\nu-1}}{e^t-1}\,dt\le\int_0^\delta\frac{t^{\mathrm{Re}\,\nu-1}}{e^t-1}\,dt\le\int_0^\delta t^{\mathrm{Re}\,\nu-2}\,dt=\frac{\delta^{\mathrm{Re}\,\nu-1}}{\mathrm{Re}\,\nu-1}$$

と評価される．また，第 2 項は

$$\int_\delta^\infty\frac{e^{-Nt}t^{\mathrm{Re}\,\nu-1}}{e^t-1}\,dt\le e^{-N\delta}\int_\delta^\infty\frac{t^{\mathrm{Re}\,\nu-1}}{e^t-1}\,dt\le e^{-N\delta}\int_0^\infty\frac{t^{\mathrm{Re}\,\nu-1}}{e^t-1}\,dt$$

と評価される．ここで，最後の積分は収束するから，$\delta=N^{-1/2}$ とし，$N\to\infty$ とすれば，$I_N\to 0$ となることが分かる．よって，$\mathrm{Re}\,\nu>1$ のとき，

$$\sum_{n=1}^\infty\frac{1}{n^\nu}=\frac{1}{\Gamma(\nu)}\int_0^\infty e^{-t}t^{\nu-1}\frac{1}{1-e^{-t}}\,dt$$

となることが示された．

(b) $\dfrac{1}{1-e^{-z}}$ は複素平面から $2\pi i$ の整数倍である点を除いた領域で正則である．特に，領域 $0<|z|<2\pi$ において正則であり，$z=0$ は 1 位の極だから，$0<|z|<2\pi$ において，式 (D) のようにローラン展開することができる．ここで，式 (D) の両辺に $1-e^{-z}$ をかけると

$$\begin{aligned}1&=(1-e^{-z})\sum_{n=-1}^\infty A_nz^n\\&=\left(z-\frac{z^2}{2}+\frac{z^3}{6}+\cdots\right)\left(A_{-1}z^{-1}+A_0+A_1z+\cdots\right)\\&=A_{-1}+\left(A_0-\frac{1}{2}A_{-1}\right)z+\left(A_1-\frac{1}{2}A_0+\frac{1}{6}A_{-1}\right)z^2+\cdots\end{aligned}$$

となる．よって，z の各ベキの係数を比較することにより

$$A_{-1}=1,\quad A_0=\frac{1}{2}A_{-1}=\frac{1}{2},\quad A_1=\frac{1}{2}A_0-\frac{1}{6}A_{-1}=\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1}{12}.$$

(c) $\mathrm{Re}\,\nu > 1$ のとき，(a) より

$$\zeta(\nu) - \frac{1}{\Gamma(\nu)}\int_0^\infty e^{-t}t^{\nu-1}\left\{\frac{1}{1-e^{-t}} - \sum_{n=-1}^{1} A_n t^n\right\} dt$$

$$= \frac{1}{\Gamma(\nu)}\sum_{n=-1}^{1} A_n \int_0^\infty e^{-t}t^{n+\nu-1}\,dt = \frac{1}{\Gamma(\nu)}\sum_{n=-1}^{1} A_n\Gamma(\nu+n)$$

となる．ここで，(1) より，$\Gamma(\nu+1) = \nu\Gamma(\nu)$, $(\nu-1)\Gamma(\nu-1) = \Gamma(\nu)$ だから

$$\frac{1}{\Gamma(\nu)}\sum_{n=-1}^{1} A_n\Gamma(\nu+n) = \frac{A_{-1}}{\nu-1} + A_0 + A_1\nu$$

であり，式 (E) が成り立つことが示された．

(d) $g(t) := \dfrac{1}{1-e^{-t}} - \displaystyle\sum_{n=-1}^{1} A_n t^n$ とおく．まず，(b) より，$g(t) = \displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} A_n t^n$ であり，右辺のベキ級数の収束半径は 2π である．よって，$t^{-2}g(t)$ は区間 $[0,1]$ において連続であり，積分 $\displaystyle\int_0^1 e^{-t}t^{-2}g(t)\,dt$ は収束する．また，$t \to \infty$ のとき，関数 $g(t)$ の増大度は 1 次関数程度だから，区間 $[1,\infty)$ 上の積分 $\displaystyle\int_1^\infty e^{-t}t^{-2}g(t)\,dt$ も収束する．さらに，(1) より，$\dfrac{1}{\Gamma(-1)} = 0$ だから，式 (E) より

$$\zeta(-1) = \frac{1}{\Gamma(-1)}\int_0^\infty e^{-t}t^{-2}g(t)\,dt - \frac{A_{-1}}{2} + A_0 - A_1$$

$$= -\frac{A_{-1}}{2} + A_0 - A_1 = -\frac{1}{12}$$

を得る．

解答終わり

式 (A) の広義積分は，$\mathrm{Re}\,\nu > 0$ において広義に一様収束し，$\Gamma(\nu)$ は $\mathrm{Re}\,\nu > 0$ で正則である．さらに，関係式 (B) により，$\Gamma(\nu)$ は複素平面から点 $\nu = 0, -1, -2, \cdots$ を除いた領域で正則な関数に拡張される．設問 (1) (b) を一般化すると，非負整数 n に対して，$\nu = -n$ は $\Gamma(\nu)$ の 1 位の極であり，その留数は $\frac{(-1)^n}{n!}$ であることが分かる．また，$\Gamma(\nu)$ は零点を持たず，$\frac{1}{\Gamma(\nu)}$ は複素平面全体で正則である．

複素関数論の講義では，正則関数に関する一般論は一通り学ぶが，今回取り上げたような具体的な特殊関数については，その重要性にも関わらず，講義されることは少ないように思われる．ガンマ関数とリーマンのゼータ関数については，例えば，参考文献 2) の第 7 章を参照していただきたい．

次回は，数え上げと整数に関する問題を取り扱う．

参考文献

1)　大谷光春『理工基礎 常微分方程式論』サイエンス社，2011 年．
2)　高橋礼司『[新版] 複素解析』東京大学出版会，1990 年．

（えびはら・まどか，埼玉大学大学院理工学研究科）
（おおた・まさひと，東京理科大学理学部）

第15回　国家・学問・戦争の諸相

加藤元一の神経伝導不減衰説

岡本　拓司

前回は，アインシュタインの来日前後の状況を描写し，反相対論を唱えた土井不曇（1895–1945）とその師の長岡半太郎（1865–1950）の間の確執についても触れた．今回は，ほぼ同時期に神経生理学において生じた，やはり若手研究者とその師の間の対立と，これに関連した，ロシアの生理学者パヴロフ（Иван Петрович Павлов, 1849–1936）による，日本人の医学者2名のノーベル賞への推薦を取り上げることとしたい．

15.1 若き加藤元一：京都から慶應へ

第一次大戦後，現在のオシロスコープの原型である絃線電流計の普及に伴い，電気生理学の研究が活発化した．今回取り上げる加藤元一（1890–1979）も，絃線電流計を用いて神経生理学の分野で活躍した研究者である．加藤は，大正元年（1912年）に第一高等学校を卒業し，次いで京都帝国大学医学部に学び，大正5年（1916年）に恩賜の銀時計を得て卒業した[1)]．卒業後は生理学者の石川日出鶴丸（1878–1947）の助手を務め，筋肉および神経の生理学的研究を行なった．大正7年（1918年）には生理学教室の講師に就任し，大正9年（1920年），筋肉や神経の周期的興奮に関する研究により，京都帝大より医学博士を授与された．

加藤は，学位取得前の大正7年に，発足後間もない慶應義塾の医学科に招かれている．加藤の長男の暎一（1924–2006）によれば[2)]，この背景には，海外出張中の石川に命ぜられた実験に関して，石川が自身がドイツで師事したフェアヴォルン（フェルボルンとも．Max Verworn, 1863–1921）の説に基づく解釈を行ったのに対し，加藤がフェアヴォルンが誤っている可能性を指摘したことに由来する行き違いがあったという．加藤が，京都を出ようと覚悟した頃，北里柴三郎（1853–1931）を中心に発足した慶應の医学部がちょうど教員候補を探していた．交友関係のあった京都帝大総長の荒木寅三郎（1866–1942）に「骨のあるやつが欲しい」と推薦を求めた北里に対し，荒木は「教授と喧嘩したやつがいるよ」といって加藤を推薦した．

実際，加藤が京都帝大講師であった時期に発表した論文[3)]には，フェアヴォルンの説を否定するかにみえる指摘を行った箇所がある．結論は，フェアヴォルンの説を加藤の実験結果によって修正するのが適切であるという穏健なものであるが，フェアヴォルンの支持者にとっては不快であった可能性もある．数年後には，加藤は，フェアヴォルンの説に反論を唱えるに至るが，その萌芽は京都時代にすでに発生していたと考えられる．

また，加藤は，京都時代の研究を通じて，日本

産の大きな蟇（がま）(*Bufo vulgaris Japonicus*) を利用した実験研究に習熟していった．この蟇の大きな坐骨神経や筋肉は，京都帝大の生理学教室では便利な実験材料として用いられており，加藤と同じ時期に学生として生理学教室に所属した人々の多くも，これを用いた研究を発表している[4)]．

15.2 慶應の医学部

慶應義塾に医学科（大正 9 年 4 月 1 日付で慶應義塾は大学令による慶應義塾大学となり，同年 11 月に医学科は医学部となる）を設けることは，緒方洪庵（1810–1863）に学んだ福澤諭吉（1835–1901）の悲願でもあったが，実現した（大正 6 年（1917 年））のは福澤の死後であり，慶應義塾創立 60 年を契機としてであった．構想が実質化するにあたっては，北里以下の伝染病研究所（伝研）の関係者の果たした役割が大きい．

伝研は，ドイツ留学中に，破傷風菌の培養の成功や，これに基づく免疫・血清療法の研究など，顕著な業績を挙げた北里を迎えるために設立された機関である．北里は東京大学医学部を卒業する前から内務省雇となり，後に同省からドイツに派遣された．留学中，緒方正規（1853–1919）の脚気菌発見を報ずる論文への批判や，ドイツを訪れる日本の同僚に接する際の傲岸とも見える態度などから，次第に帝国大学医科大学（東京大学医学部の後身）との関係は悪化し，また相次ぐ留学の延長から内務省の職も失っていたため，明治 24 年（1891 年）に帰国した際には，既に著名人となっていた北里を迎え入れる機関は存在しなかった．

北里の窮状を救ったのは福澤である．福澤は借地に建てた家屋の提供を申し入れ，これに大日本私立衛生会などの資金が加えられて，明治 25 年（1892 年）に伝研が設立され，北里はその所長に迎えられた．伝研は，明治 32 年（1899 年）には内務省所管の国立研究所となる．

伝研は，ツベルクリンの実施や血清の製造など活発な医療・研究を行い，（東京）帝大医科大学に比肩する存在とも見なされるようになったが，大正 3 年（1914 年），政府部内での行財政整理の一環として，文部省・東京帝大への移管が決定した[5)]．しかし，政府の外にあって移管の影響を直接に受けた当事者たちは，伝研移管は，東京帝大医科大学学長の青山胤通（1859–1917）が大隈重信（1838–1922）首相にはたらきかけて実現させたとも，北里と個人的に関係のよくなかった陸軍軍医総監の森鷗外（1862–1922）が関与したとも想像した．北里や伝研関係者の多くは，青山と大隈，および内閣書記官長の江木翼（1873–1932）による策謀を疑った．反対運動も起こったが移管は動かず，文部省・東京帝大の傘下に入ることを嫌った北里と，彼を慕う技師たちは，連袂辞職して新たに北里研究所を設立した．

折から，慶應では医学科設立の計画が進行しており，生前の福澤との関わりから，北里もこれに協力するようになり，大正 6 年に医学科の学長に就任した．また，元伝研技師たちの多くが教員に就任した．ほか，北里と親交のあった荒木の尽力で京都帝大からも，また，東京・九州の帝大，および各地の医科大学からも教員が集められた．

15.3 加藤の神経伝導研究

加藤は，大正 7 年に講師として慶應に迎えられ，翌年には生理学講座担任の教授となり，大正 10 年（1921 年）には欧米視察に出かけた．

加藤の教授就任は学位取得前であったが，既に名の知られていた医学者を集めた慶應医学部では，多少の物議を醸したようである．加藤の高い給与に反感を覚えたある教授が，「あんな若僧にそんなに年俸を出す必要があるか」と北島多一（1870–1956）（北里説もある）に不満を漏らすと，北島はあと 10 年待ってみよと答えたという[6)]．

着任当初，加藤は鳥類の白米病，すなわち脚気の研究を行っていたが，欧米視察に際しては，助手の牧亮吉（1893–1979）に，麻酔をかけた部位の神経伝導の減衰の形態を決定するという課題を与えた．京都時代に手がけた研究の再開であり，当時主流であったフェアヴォルンの，麻酔部位では神

経伝導は次第に減衰していくとする説の真偽，および減衰するのであればその正確な形を確かめようとする研究であった．実験材料は蟇の坐骨神経である[7]．

加藤が帰国すると，牧は実験が失敗した旨を告げた．しかし加藤は，牧の得た結果を検討し，生理学教室総出で確認に努めた．その結果，加藤らは，神経伝導の大きさは，麻酔部位において小さくはなるが，減衰はしないと考えるようになった（神経伝導不減衰説）．大正 11 年（1922 年）冬から翌年春にかけては，この不減衰説に沿った実験の結果がさらに蓄積していった．

加藤らが，不減衰説とその証拠となる実験結果を発表したのは，九州帝国大学医学部で開催された第 2 回日本生理学会の例会（大正 12 年（1923 年）4 月 5 日–6 日）の初日においてであった[8]．この日，午前の部では，3 件目から 11 件続けて慶應の不減衰説を示す実験結果についての講演が行なわれ，最後の 12 件目に加藤がそれらを総括して締めくくった．加藤の講演は，不減衰説を提唱し，従来の研究の欠点を指摘するものであった[9]．

第 1 回日本生理学会が開催された際には加藤は海外視察中であったため，第 2 回生理学会は加藤および慶應の生理学教室の初舞台ともいえる場であった．座長の一人は加藤の恩師である京都帝大の石川であり[10]，加藤は，恩師から「流石に加藤はやりおった」と誉められることを期待して講演を終えた．しかし，石川の反応は予想外のものであった．石川は，加藤が幼稚な研究によってフェアヴォルンの学説と実験を否定していると激怒し，2 時間もあれば，「慶応（ママ）の学説をこっぱ微塵に打ちくだいて見せる」と言ったという[11]．石川は，京都にいた頃からの加藤への嫌悪感を爆発させたのであろうか．根底には，ドイツの碩学の成果を，生意気にも日本の弱輩者が否定しようとしていることに対する反感があったようにも思われる．

石川の議論には，東京帝大の橋田邦彦（1882–1945）も加わり，場内は緊張した[12]．加藤は，恩師の発言に対し一言もなく演壇に立ち往生し，うなだれて座席に帰ったという[13]．午後の発表を行う者を除いた加藤ら数名は，昼食時の休憩を潮時に引き上げて「ヤケ酒」をのみ出し，残りの日程には出席しなかった．なお，石川はさらに，加藤らのいない 2 日目の午後の開会に先立ち，他学会に対して学術研究の発表に関して警告を発すべしという緊急動議を行ない，橋田もこれに賛同した．動議の詳細は不明であるが，慶應の生理学教室の締め出しを意図したもののように思われる．動議には，慶應の生理学会からの除名も含まれていたようであるが，これは採択されなかった[14]．

15.4 世界への挑戦

東京帝大・京都帝大という生理学研究の二大拠点の指導者から攻撃を受けた加藤らは，日本で決着を付けることは困難であると考え，生理学会の開催された福岡から帰る山陽線の汽車の中で，研究が成功した暁には，1926 年にストックホルムで開催される予定の第 12 回国際生理学会で発表しようと語り合った[15]．

国内の学界において，研究とは直接関わりのない事情もあって自説の公平な検討が望めないのであれば，学問以外の関わりが希薄な国外の研究者たちに成果を問うというのは，順当な選択である．フェアヴォルンの説や神経伝導が話題となっているのは，神経生理学の研究が行われている各国において共通の事情であったから，国内での評価はどうあれ国外で成果が認められれば研究の目的は達成されるともいえる．しかし，国外の学界との経済的・文化的・心理的な距離の縮まった今日でも，自身の成果を直接国外に問うことには一定の困難が伴う．すでに国際水準に達する研究者を擁していた第一次大戦後の日本の科学者が，国外（といっても主として西洋）の同僚たちに感じていた距離は決して手の届かないほどのものではなかったが，それでも加藤らの決意が実現するまでには幾つかの困難が解決されなければならなかった．

加藤らは，まず，研究成果を拡大することに努めた．例えば，フェアヴォルンの主張の重要な根拠の一つは，麻酔部位では悉無律（全か無かの法

則．加えられた刺激が閾値より小さい場合には反応はなく（無），閾値以上の場合は大きさが一定の反応（全）が生ずる．反応が起こる場合，その大きさは刺激の強さによらず一定である）が成立しないというものであったが，加藤らは，こうした誤認が生ずる原因が，電流滑走（current spread）と呼ばれる現象であることを解明した[16]．

さらに，研究の成果は，大正 13 年（1924 年）には英文のモノグラフ[17]にまとめられ，世界各地の著名な研究者に配布された．加藤の世代の医学者の多くにとってはドイツ語がもっとも得意な外国語であったが，第一次大戦後，生理学研究の中心が英語圏に移ったことを意識して，苦手な英語による発表を選択したのである．モノグラフに対する反応は 1924 年末から集まり始め，アメリカのフォーブス（Alexander Forbes, 1882–1965），イギリスのエードリアン（Edgar Douglas Adrian, 1889–1977）らが加藤の研究を支持していることが明らかになった[18]．昭和元年（1926 年）には，加藤は，モノグラフの続編[19]を刊行し，また 8 月に開催されるストックホルムの国際生理学会での発表に向けた準備を加速させた．

国際生理学会へは，加藤の他 3 名の研究者が同行した．その費用は北里の推薦状により慶應出身の財界人から集められたという[20]．学会では，演示実験を行って加藤らの主張の正しさを明らかにする予定であったが，その材料である蟇を生きたまま運ぶため，ヨーロッパまでの行路には，高温多湿のインド洋を通る船便ではなく，シベリア鉄道によるロシア横断が選ばれた．蟇は冷蔵庫ほどの箱 3 つに入れられ，生き餌を与えられて大切に運ばれたが，それでも，途中で次々に死んでいった．不減衰説の発端となる実験を担当していた牧が蟇の係であったが，死んだ蟇を列車の便所から線路に捨てていたところ，あるとき，列車が止まっているのに気づかず，検車夫の鼻先に蟇を落とした．これには人だかりの騒ぎが起き，一時は押し問答も生じたが，渉外係を担当していた加藤が，後藤新平（1857–1929）を通じてソ連大使から手に入れていた保護通行証を見せ，ようやく事態が収まるという出来事もあった[21]．

苦心して運んだ蟇も，しかし，東京を出る際には 140 匹いたものが，ストックホルムでの学会開催以前にはすべて死んでしまった．加藤らはこのことを見越しており，牧は，バイエルンの Wasser-frosch という大型のカエルを，自分たちの費用で 100 匹（1 匹約 1 円であったという），国際学会の費用で 200 匹用意した．国際学会で最終的に用いられたのはこのカエルであった[22]．実験担当者の 3 名は苦闘を強いられたが，結果的には，実験が利用される動物によって左右されるものではないことを示す機会が与えられたことになった．

新たな実験動物で練習を積み，想定問答集まで準備して苦手な英語で臨んだ学会では，講演も実験も成功を収めた．1938 年に発表された国際生理学会の小史には，各回の研究発表に関する短い報告があるが，ストックホルムで開催された第 12 回に関する報告には，加藤の講演と実験に関する言及があり[23]，参加者の注目を集めた発表であったことが窺える．また，その前後に回ったヨーロッパ各地の大学でも，加藤らの成果はおおむね好意的に受け止められた．

以後も，加藤らは，第 13 回（1929 年，ボストン），第 14 回（1932 年，ローマ），第 15 回（1935 年，レニングラートとモスクワ）の国際生理学会で講演や演示実験を行い，研究成果を国外の研究者たちに承認させた．この間，昭和 5 年（1930 年）初頭には，助手の釜谷俊郎が単一筋線維の，同年初夏には助手の清水忠夫（1975 年 3 月 18 日 77 才で没）が単一神経線維の，それぞれ生きたままの摘出に成功した．これ以前は，加藤らの実験は多数の神経線維からなる神経幹を用いて行われていたが，決定的な結果は，単一の神経細胞（神経線維）を用いた実験でなければ得られないのではないかという指摘もなされていた（例えば第 4 回生理学会（大正 14 年（1925 年））の橋田の発言[24]）．加藤らはこの指摘に応える形で，単一の筋線維・神経線維の生きたままの摘出に世界で初めて成功したのである．以後，加藤らは，神経伝導に関する新学説の提示者という段階を越え，最先端の実

験技術の保有者としての認知を国際的に得ていくことになる[25].

15.5 学士院賞前後

加藤らの成果が世界的に承認を得つつあることは，英文モノグラフへの反響についての報道[26]などを通じて，日本でも知られていた．しかし，国外の状況をよそに，モノグラフの刊行やストックホルムでの成功と並行して，国内の生理学会等の場では，慶應，東京帝大，京都帝大の生理学教室が激しい論戦を繰り広げ続けた．東京と京都の影響力の強い生理学の研究拠点が強く反発しているという事情からか，国内では加藤の成功は控えめに報じられることが多かったが，静観しているかにみえた学界の中には，加藤を支持する人々も少なからずいたようである．それが明らかになるのが，「神経における不減衰伝導に関する研究」を理由とする，第17回帝国学士院賞の加藤への授与であった．学士院会員であり，当時京都帝大の総長でもあった荒木の推薦によるものであった[27].

異例なことに，加藤の学士院賞受賞が発表される（昭和2年（1927年）3月12日）と，3日後には，石川が帝国学士院に対してその理由を問う質問状を発表し，加藤受賞は嘉すべきであるが，よもや不減衰説を正しいと認めてのことではあるまいなと迫った[28]．石川らは当時，加藤説・フェアヴォルン説と異なる新学説を提唱するようになっており，研究上決着のついていない問題に対して学士院が一方的な評価を下していると断じて抗議したのである．加藤への授賞は決定通りに行われたが，石川らの異様な振る舞いのために，神経伝導に関する論争は，医学界を越えてさらに一般的な関心を集めるようになった．はるか後の昭和63年（1988年），やはり学士院賞・恩賜賞に関して授賞延期という事態が発生した際，宮内庁幹部の報告を受けた昭和天皇（1901–1989）は，戦前にも同様の話があったとして，加藤の例を挙げたという[29].

加藤らが単一神経繊維の取り出しに成功し，慶應が神経生理学研究の国際的な拠点と見なされるようになってからも，国内の論争は終結を見なかった．論争は，さらに，東京慈恵会医科大学や京城帝国大学の生理学教室など，石川門下の人々が影響力をもつ機関をも巻き込みながら継続した．

15.6 1935年のノーベル賞への推薦

加藤らへの国際的な認知度の高まりの指標として，ノーベル賞を用いることもできる．加藤が受賞したわけではないが，慶應への候補者の推薦の依頼や，加藤自身が候補者となるといった出来事が，昭和3年（1928年）以降に発生していた．

ノーベル生理学・医学賞の日本からの推薦は，明治40年（1907年）以来行われていたが，昭和2年までは，東京・京都・九州の帝大からのもののみである[30]．しかし，加藤がストックホルムで活躍した翌年（昭和2年）には，1928年分の賞の推薦依頼が慶應に送られ，慶應では医学部が一致して加藤を推薦した．加藤は次いで1935年の賞にも慶應から一致した推薦を受けているが，このときにはさらに強力な推薦者が加わった．1904年の受賞者のパヴロフである．パヴロフはまた，東京帝大の呉建（1883–1950）の名前も候補者に挙げていた．この年の賞にパヴロフが推薦したのは加藤・呉の2名のみである．

パヴロフの推薦状はフランス語で書かれており，1935年1月25日にレニングラートから送られている．呉の業績としては，随意筋の運動神経以外の神経による支配の発見，進行性筋委縮症の研究，脊髄副交感神経の発見が，加藤の業績としては，単一神経線維の分離とそれによる興奮性と抑制性の二種の神経線維の存在の証明が挙げられている．

パヴロフと加藤の間には，昭和10年（1935年）開催の第15回国際生理学会をめぐって，若干のやりとりがあった[31]．前回の国際生理学会などで加藤らが単一神経線維を用いた実験に成功したことを知ったパヴロフは，自身が主催者となる第15回でもこの実験が演示されることを望み，加藤に対し，国賓として招待する旨の申出を行っていた．

加藤は，昭和元年のシベリア鉄道での旅行の際の苦い記憶があり，返事を留保していたが，若手の研究員が国賓としての招待に関心をもち，また実験成功のためにソヴィエト連邦政府が最大限の努力を払う旨を約束したこともあって，最終的には出席することとした．

パヴロフが加藤をノーベル賞に推薦したことは，国際生理学会においては加藤一行も知るところとなり，日本でも新聞で報じられた[32]．パヴロフ自身や彼の周辺には，招待に応じた加藤に，ノーベル賞推薦を知らせて喜ばせたいという意識もあったものと思われる．

一方，パヴロフの推薦が明らかになる以前から，慶應周辺では，加藤のノーベル賞受賞には現実性があるものと意識されていたようである[33]．1935 年の賞への推薦依頼（1934 年 9 月の発送）を受け，加藤を推薦する手紙を前年 12 月にストックホルムに送った慶應からは，衆議院議員を務めた経験をもつ教授の宮嶋幹之助（1872–1944）を介して，外務省欧亜局長の東郷茂徳（1882–1950）に，ストックホルム駐箚の北欧 4 カ国公使の白鳥敏夫（1887–1949）に何らかの配慮をするよう要請してほしいとの希望が伝えられた（同年 12 月）．

外務省では，これを契機にノーベル賞に関する事情を調査したのであろうか，同時期に東京帝大が呉建を推薦しようとしていたことを突き止めている（既に 11 月に発送されている）．外務大臣の広田弘毅（1878–1948）が白鳥に送った公信の下書きによると，さらに，慶應と東京帝大の「両者ノ間ヲ斡旋シ本邦医学界トシテ一致セル候補者推薦方尽力セル向」があったものの，「遂ニ意見ノ一致ヲ見ス」，両大学がそれぞれ別途に推薦状を送ることになったという．公信は，推薦依頼が増えていることから，日本からの受賞者を出すにあたっては好機であり，医学界が一致した行動をとらないのは難点ではあるが，公使も関係機関に対して何らかの配慮をせよと結ばれている．

慶應と外務省のやりとりには，パヴロフへの言及はない．慶應が情報を得ていれば，外務省への協力要請の際に言及しない理由はないので，パヴロフ推薦は予想されていなかったのであろう．慶應では，2 度目の推薦依頼が来たことや，神経線維関連の実績から，加藤のノーベル賞受賞があり得ると考え，外務省への協力要請に至ったのであろう．しかし，外務省からは，却って，同時期に推薦を行っていた東京帝大との調整が求められた．慶應も東京帝大も，外務省を介してお互いの動向を知ることとなったと思われるが，推薦依頼は日本の複数の機関に対して送られており，自分たちの推薦に特別な意味はないことも理解したであろう．外務省が勧める推薦一本化ないし共同推薦は効果があると諒解されたかもしれないが，北里以来の，あるいは加藤・石川・橋田以来の対立もあり，協力関係を築くことはできなかったのであろう．

なお，パヴロフが候補に呉をも含めたのはなぜであろうか．呉は，多くのドイツ語論文を発表しており，昭和 6 年にはドイツ語の著書[34]を発表した他，スイスのベルンで開催された第 1 回国際神経学会に出席して講演を行った．そこでパヴロフとも会話している[35]．同行した沖中重雄（1902–1992）は，外国で呉がよく知られていることに驚いたという[36]．従って，日本から候補を選ぶのであれば，呉と加藤という組合せは不思議ではないが，それまで無視してきた日本から突然加藤一人を推薦すれば，露骨に意図が見えてしまうため，候補者を複数にしたのであろうか．呉と加藤に関する手紙はパヴロフが書いた最後の推薦状であり，彼が日本から候補を選んだ唯一の手紙となった．あるいはパヴロフは東京帝大とも何らかのつながりがあった可能性もあるが，呉がノーベル賞候補となったことは知られているものの，加藤の場合のようにパヴロフの推薦があったことまでは，一般的には了解されていないようである[37]．

呉はノーベル賞に強い関心があり，ストックホルムで関係者に推薦・選考の詳しい事情を尋ねており，自身の周辺には推薦も依頼しているので，国際的にも何らかの働きかけがあった可能性もあるが，その場合でも，関係の希薄なパヴロフに特に依頼をしたとは考えにくい．それでも，いずれにせよ，日本の両大学が応じなかった外務省の要望

に，結果的に見ればパヴロフのみがこたえたことになっているのは興味深い．

加藤の活躍や，パヴロフによるノーベル賞への推薦は，既述の通り国内で広く知られていたが，このことは神経伝導をめぐる論争にはあまり影響しなかった．しかし，論争の経過とは別に，慶應では，単一神経線維を用いた実験の利点を生かした，田崎一二（1910–2009）による跳躍伝導の発見（昭和13年（1938年））などの成果が生み出されていった[38]．

15.7 東京帝大医学部とノーベル賞

東京帝大医学部が1935年の賞に推薦した候補は，呉のみではなく，橋田と田村憲造（1889–1953）の2名は佐々木隆興（1878–1966）を推薦していた．東京帝大は内部でも推薦の一本化をしなかったことになる．

佐々木は，医師の一家として著名な杏雲堂病院を経営する佐々木家の養子であり，東京帝大で医化学を学んでドイツへ私費留学し，以後はおもに杏雲堂病院での医療活動と，同病院に設けた佐々木研究所での研究に従事した．業績は多岐にわたっているが，特筆されるのは，佐々木の下で吉田富三（1903–1973）によって行われた癌研究であり，オルト・アミノアツォトルオールのラットへの経口的な投与により人工癌の発生に成功したことであろう（行われたのは1932年，発表は1934年）．化学構造の知られた物質により内臓に癌を発生させた例としては世界初であった[39]．佐々木は以後，1936年，1939年，1941年にも，師弟関係にあった者や母校の東京帝大の研究者によってノーベル賞に推薦されているが，この人工癌の研究が理由に挙げられている．

呉は，著名な医師の一家，呉家の出身であり，東京帝大卒業後，留学を経て母校の内科学の助教授となり，福岡医科大学（のちに九州帝大医学部）に勤めた後，大正14年に東京帝大の内科に教授として戻った．大きな業績は，パヴロフの推薦状にあるものの他，心臓病の研究などがある[40]．

呉は，1931年・1933年の賞に，それぞれ九州帝大・東北帝大から推薦を受けており，1935年の賞への推薦状も含めて文面等に類似点があるため，これらの推薦は一定の協調の下に行われたことがわかる．それでも東京帝大では，1935年の賞については橋田・田村の2名は佐々木を推薦した．彼らが同僚の推薦を好まなかったためかもしれないが，一方で，呉自身がストックホルムで得た情報などによって，ノーベル賞への推薦はその数には意味はなく，従って投票とは異なり，「お互に適当と思ふ人をどしどし推薦して，自分に与へられた推薦権を十分に使はなければならぬ」[41]といったことが知られていたためかとも思われる．

さらに，東京帝大医学部は，ノーベル賞への推薦の経験から，一種の教訓も得ていた．呉からノーベル賞を得たいと相談を二度ほど受けた緒方知三郎（1883–1973）は，人工癌の山極勝三郎（1863–1930）先生でさえ，「日本人という点からであろうが」[42] 受賞に至らなかったのであるから，呉は断念すべきだと伝えた．呉の死後に書かれた追悼文には，今年（おそらく昭和15年（1940年））もノーベル賞への推薦依頼が迷い込んできたが，単なる形式的な依頼に過ぎないので，「返事もせずにその儘に机上の放つてある」とも書かれている．それでも緒方は，このときの推薦依頼に応えて，今度は佐々木を推した．日本への差別はあるかもしれないが一応推薦はしておくといった態度が，幾つかの挫折を経て，この頃までには東京帝大医学部には築かれていた．

今回は神経生理学における日本人科学者の世界への挑戦とその周辺の話題を取り上げた．次回からは，第一次大戦後の物理学界における一大事件であった量子力学の登場が，科学界の新興国のアメリカと日本に及ぼした影響を見ることとする．

参考文献

1) 加藤元一，『科学者の歩める道』（思文閣出版，1991年）；古川明，「生誕百年を迎えた生理学者加藤元一」，『日本医史学雑誌』**36**巻，1990年，55–57ページ；Yasuzo Tsukada, “Obituary,” *Keio Journal of Medicine*, **28:1**, June 1979, pp.3–5.

2) 加藤，前掲[1]，『科学者の歩める道』，286–287 ページ．
3) 加藤元一「麻酔ノ初期ニ現ハルル所謂興奮期ニ就テ」，『日新医学』，第 **8** 年，1918 年–1919 年，119–152 ページ．
4) 柏原長弘「蟇骨骼筋ノ自発的繊維性攣縮ニ及ボス灌流液内「イオン」ノ作用ニ就テ」，同「同長性筋攣縮ハ単一刺戟ニ非ズ」，馬杉亮「単一刺戟ニ由ル週期的興奮波ノ神経幹上ニ於ケル伝播ノ模様ニ就テ」，同「単一刺戟ニ対スル週期的興奮ニ及ボス諸種中間新陳代謝物質ノ影響ニ就テ」など（『京都帝国大学医学部生理学教室論文集』第二集（1921 年）所収）．
5) 小高健，『長與又郎日記　上』(学会出版センター，2001 年)，38–57 ページ．
6) 慶應義塾大学医学部六十周年記念誌編集委員会『慶應義塾大学医学部六十周年記念誌』（慶応義塾大学医学部，1983 年），25 ページ；加藤，前掲[1]，『科学者の歩める道』，289 ページ．
7) 慶應義塾編集・発行『慶應義塾百年史』別巻（大学編），1962 年，14–22 ページ．
8) 『日本医事新報』，**80** 号，1923 年 4 月 15 日，30・35 ページ．
9) 「学会総会紀要 (16)」，『日本之医界』，**13** 巻，1923 年，887–888 ページ．
10) 「第二回日本生理学会例会」，『東京医事新誌』，**2325** 号，1923 年 4 月 14 日，788–789 ページ．
11) 加藤，前掲[1]，『科学者の歩める道』，56 ページ．
12) 前掲[9]，「学会総会紀要 (16)」，887 ページ．
13) 加藤，前掲[1]，『科学者の歩める道』，56 ページ；前掲[10]，「第二回日本生理学会例会」，788 ページ．
14) 前掲[10]，「第二回日本生理学会例会」，789 ページ；加藤，前掲[1]，『科学者の歩める道』，58 ページ．
15) 加藤元一「不滅衰伝導学説を携へて」，『三田評論』，1927 年 1 月号，1–16 ページ；牧亮吉「欧州まで乗り込む記（一）」，『医事公論』，**742** 号，1926 年 10 月 9 日，23–24 ページ．
16) 加藤元一，「余の不滅衰伝導学説の梗概 特に，従来の学説が誤りたる理由に就て」，『慶應医学』，**5** 巻，1925 年，1867–1895 ページ．
17) Genichi Kato, *The Theory of Decrementless Conduction in Narcotised Region of Nerve* (Tokyo: Nankodo, 1924).
18) Hallowell Davis, Alexander Forbes, David Brunswick and Anne McHenry Hopkins, "Conduction without Progressive Decrement in Nerve under Alcohol Narcosis," *American Journal of Physiology*, **LXXII** (1925), pp.177–178; E. D. A., "The Theory of Decrementless Conduction in Narcotised Region of Nerve," *Physiological Abstracts*, **IX** (1924–1925), p.500.
19) Genichi Kato, *The Further Studies on Decrementless Conduction* (Tokyo: Nankodo, 1926).
20) 加藤，前掲[1]，『科学者の歩める道』，289 ページ．
21) 加藤，前掲[1]，『科学者の歩める道』，74–77 ページ．
22) 加藤，前掲[15]，「不滅衰伝導学説を携へて」，10 ページ；加藤元一，「第十二回万国生理学会に出席して（二）」，『東京医事新誌』，**2502** 号，1926 年 12 月 18 日，3184–3187 ページ；牧亮吉「欧州まで乗り込む記（九）」，『医事公論』，**758** 号，1927 年 1 月 29 日，24–25 ページ．
23) K.J. Franklin, "A Short History of the International Congresses of Physiologists," *Annals of Science*, **3** (1938), pp.241–335, p.300.
24) 浦本政三郎「不滅衰伝導及び減衰伝導学説の論争」，『東京医事新誌』，**2550** 号，1925 年 10 月 3 日，2067–2078 ページ；「生理学会例会」，『日本之医界』，**15** 巻，1925 年，22 ページ．
25) 富田恒男，「単一神経繊維剔出実験とその後の発展」，『日本医事新報』，**1364** 号，1950 年 6 月 17 日，31–32 ページ．
26) 「加藤元一博士の新学説　不滅衰伝導学説に対する世界的礼讃」，『医海時報』，**1608** 号，1925 年 5 月 30 日，1110 ページ．
27) 「学士院も悪いが荒木総長も悪い」，『読売新聞』，1927 年 3 月 18 日朝刊，7 ページ．
28) 「学術の論争か授賞の反対か」，『医事公論』，**766** 号，1927 年，3 月 26 日，26–27 ページ．
29) James R. Bartholomew, "Japanese Nobel Candidates in the First Half of the Twentieth Century," *Osiris*, **13** (1998), pp.238–284;「学士院恩賜賞延期」，『AERA』，1988 年 6 月 21 日，26 ページ．
30) 岡本拓司，「戦前期日本の医学界とノーベル生理学・医学賞」，『哲学・科学史論叢』，**4** 号，2002 年，21–57 ページ．
31) 加藤，前掲[1]，『科学者の歩める道』，208–235 ページ．
32) 「ノーベル賞は加藤博士に贈れ」，『東京朝日新聞』，1935 年 8 月 15 日夕刊，2 ページ．
33) 岡本，前掲[30]，「戦前期日本の医学界とノーベル生理学・医学賞」，50–54 ページ．
34) Ken Kuré, *Die vierfache Muskelinnervation: einschließlich der Pathogenese und Therapie der progressive Muskeldystrophie* (Berlin: Urban & Schwarzenberg, 1931).
35) 呉建先生生誕百年記念会『呉建』，1982 年，38 ページ．
36) 前掲[35]，『呉建』，245 ページ．
37) 前掲[35]，『呉建』，231，241 ページ．
38) 杉晴夫，『生体電気信号とはなにか』，講談社，2006 年．
39) 佐々木研究所編集・発行，『佐々木隆興先生論文集』，1965 年；同，『（財）佐々木研究所付属杏雲堂病院百年史』，1983 年；同，『財団法人佐々木研究所五十年史』，1990 年．
40) 前掲[35]，『呉建』．
41) 前掲[35]，『呉建』，59 ページ．
42) 前掲[35]，『呉建』，219 ページ．

（おかもと・たくじ，東京大学大学院総合文化研究科）

特　集（2013 年 10 月号予告）

分類する《数理科学》

なぜ分けて考えるのか

本体 952 円

特　集（2013 年 8 月号）

エネルギーを通して物理学を知る

古典物理から現代物理まで

本体 952 円

編集後記

小誌では 2007 年より年に一号，特定の人物に焦点をあてた特集を組ませていただいております．今回は量子力学の開拓者の一人，ボーアを取り上げました．

ボーアの名前は高校生の頃に原子模型の話とともに初めて耳にしました．特集記事を読んでいくうちにその頃の記憶が蘇りました．

ところで，人物の特集ではその人物の業績についての解説がメインになりますが，記事を読むとその人物の性格も朧気ながら伺えて，毎回とても興味深いです．挙げた業績を知ることはもちろん大事なことですが，研究に対するスタンスからその人物の思考方法などのヒントもつかめるのではないでしょうか．　(R)

＊　　＊

本誌ではこれまでにも科学分野の先賢たちを紹介してきましたが，今回は量子論のゴッドファーザーともいえるボーアを特集しました．彼が原子模型を提唱してから今年で百年になるそうです．

本特集では天才ボーアの様々な業績や興味，人柄が紹介されています．核兵器の使用による世界の不安定化を懸念し，何とかしようと奔走する姿からは，先見の明を持ち合わせた大人物であることが感じられました．

個人的には，ボーアとアインシュタインの論争に興味を引かれました．二人の頭の中で行われていた思考実験とその議論にはさすが（そしてやはり）天才！と感心してしまいました．　(T)

数　理　科　学　9月号

2013 年 9 月 1 日発行

数　理　科　学　編　集　部　　　　発行人　木　下　敏　孝
TEL. (03) 5474–8816
FAX. (03) 5474–8817

ホームページ　http://www.saiensu.co.jp
ご意見・ご要望は　sk@saiensu.co.jp　まで．

発行所　©　株式会社 **サ イ エ ン ス 社**　　TEL. (03) 5474–8500（代表）
〒 151–0051 東京都渋谷区千駄ヶ谷 1–3–25　振替 00170–7–2387　(03) 5474–8600（広告部）

印刷・製本　三美印刷株式会社　山岡景仁